

BME Műszaki Mechanikai Tanszék	Anyagi pontok kinematikája
Kinematika és dinamika	1. Házi feladat

4. példa

Paraméteres alakban ismert egy anyagi pont mozgástörvénye a $t \in [t_0; t_2] = [0; 1] [s]$ időintervallumban:

$$\underline{\mathbf{r}}(t) = \begin{bmatrix} x(t) = 15t^2 \\ y(t) = 4 - 20t^2 \end{bmatrix}$$

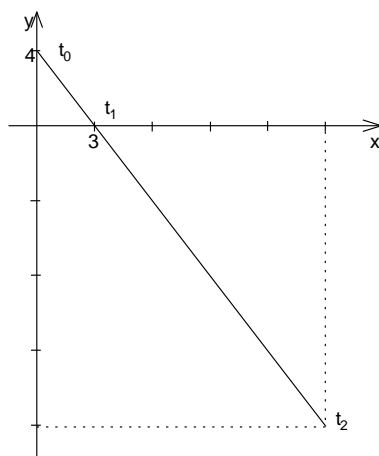
Feladat:

1. Határozzuk meg a pont
 - (a) pályáját [$y(x) = ?$]
 - (b) sebességét [$\underline{\mathbf{v}}(t) = ?$]
 - (c) gyorsulását [$\underline{\mathbf{a}}(t) = ?$], és
 - (d) a pálya befutási törvényét, [$s(t) = ?$], ha tudjuk, hogy $s(t_0) = s_0 = 0$!
2. Rajzoljuk meg a foronomiai görbéket!
3. Ábrázoljuk a hodográfot!
4. Számítsuk ki azt az időintervallumot, amely alatt a pont a pályájának a koordináta-tengelyek közé eső szakaszát megteszi! ($\Delta t = t_1 - t_0 = t_1 = ?$)

Megoldás:

$$t^2 = \frac{x}{15}$$

1. (a) $y(x) = 4 - \frac{4}{3}x$
 $4x + 3y = 12$



(b) $\mathbf{v}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30t \\ -40t \end{bmatrix} = 50t \begin{bmatrix} 0,6 \\ -0,8 \end{bmatrix}$

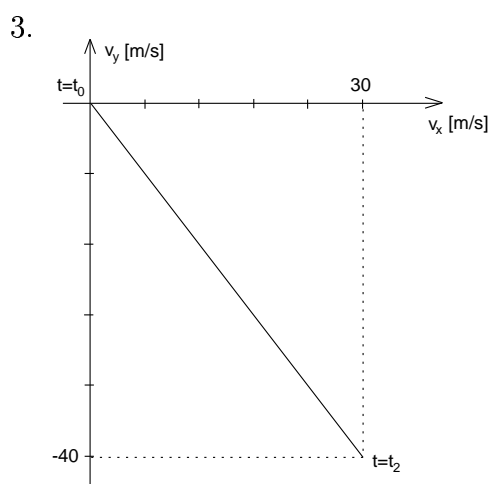
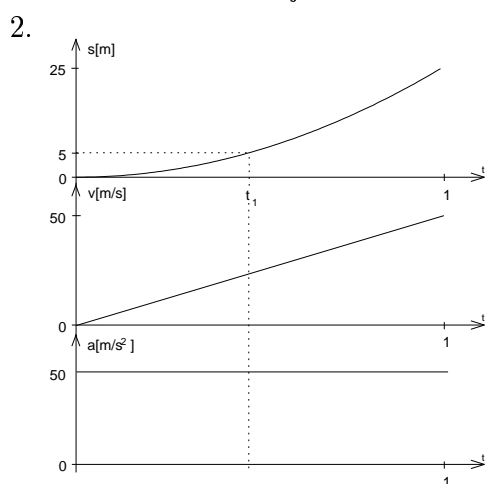
$$v(t) = 50t\sqrt{0,36 + 0,64} = 50t$$

(c) $\mathbf{a}(t) = \begin{bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ -40 \end{bmatrix} = 50 \begin{bmatrix} 0,6 \\ -0,8 \end{bmatrix} [m/s^2]$

Mint látható, $\mathbf{a}(t)$ és $\mathbf{v}(t)$ párhuzamosak. Emiatt a pálya egyenes, azaz a gyorsulás érintőirányú és arra merőleges összetevői: $a_t(t) = a$ és $a_n(t) = 0$.

$$a(t) = 50\sqrt{0,36 + 0,64} = 50 [m/s^2]$$

(d) $s(t) = \int v(t)dt + s_0 = 25t^2$



4. $y(t_1) = y_1 = 0$

$$0 = 4 - 20t_1^2 \implies t_1 = \frac{1}{\sqrt{5}} [s]$$