

BME Műszaki Mechanikai Tanszék	Anyagi pontok kinematikája
Kinematika és dinamika	1. Házi feladat

5. példa

Paraméteres alakban ismert egy anyagi pont mozgástörvénye a $t \in [t_0; t_2] = [0; 4] [s]$ időintervallumban:

$$\underline{\mathbf{r}}(t) = \begin{bmatrix} x(t) = 2t \\ y(t) = t^2 - 2t \end{bmatrix}$$

Feladat:

1. Határozzuk meg a pont
 - (a) pályáját [$y(x) = ?$]
 - (b) sebességét [$\underline{\mathbf{v}}(t) = ?$], és
 - (c) gyorsulását [$\underline{\mathbf{a}}(t) = ?$]!
2. Számítsuk ki, hogy mekkora lesz a t_0 illetve t_2 időpillanatban a pont
 - (a) sebessége [$\underline{\mathbf{v}}(t_0) = \underline{\mathbf{v}}_0 = ?$, $v_0 = ?$, $\underline{\mathbf{v}}(t_2) = \underline{\mathbf{v}}_2 = ?$, $v_2 = ?$]
 - (b) gyorsulása [$\underline{\mathbf{a}}(t_0) = \underline{\mathbf{a}}_0 = ?$, $a_0 = ?$, $\underline{\mathbf{a}}(t_2) = \underline{\mathbf{a}}_2 = ?$, $a_2 = ?$], valamint
 - (c) pályájának görbületi sugara [$\rho(t_0) = \rho_0 = ?$, $\rho(t_2) = \rho_2 = ?$]!
3. Rajzoljuk meg a hodográfot!

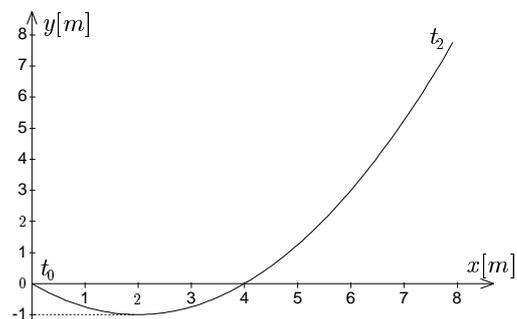
Megoldás:

$$t = \frac{x}{2}$$

1. (a) $y(x) = \frac{1}{4}x^2 - x = \frac{1}{4}(x-2)^2 - 1$

(b) $\underline{v}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2t-2 \end{bmatrix}$

(c) $\underline{a}(t) = \begin{bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} [m/s^2]$



2. (a) $\underline{v}(t_0) = \underline{v}_0 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \cdot 0 - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} [m/s], v(t_0) = 2\sqrt{2} \approx 2,83 [m/s]$

$$\underline{v}(t_2) = \underline{v}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \cdot 4 - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix} [m/s], v(t_2) = 2\sqrt{40} \approx 6,32 [m/s]$$

(b) $\underline{a}(t_0) = \underline{a}_0 = \underline{a} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} [m/s^2], a_0 = 2 [m/s^2]$

$$\underline{a}(t_2) = \underline{a}_2 = \underline{a} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} [m/s^2], a_2 = 2 [m/s^2]$$

(c) $\frac{1}{\rho} = \frac{y''}{\sqrt{1 + y'^2}^3} = \frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{1 + (\frac{1}{2}x - 1)^2}^3} = \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{4}x^2 - x + 2}^3}$

(mivel $y' = \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{1}{2}x - 1$ és $y'' = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{2}$)

$$\frac{1}{\rho}(t_0) = \frac{1}{\rho}[x(t_0)] \rightarrow \rho_0 = \frac{1}{\frac{1}{\rho}[x(t_0)]} = 2\sqrt{2}^3 = 4\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{\rho}(t_2) = \frac{1}{\rho}[x(t_2)] \rightarrow \rho_2 = \frac{1}{\frac{1}{\rho}[x(t_2)]} = 2\sqrt{10}^3 = 20\sqrt{10}$$

3.

