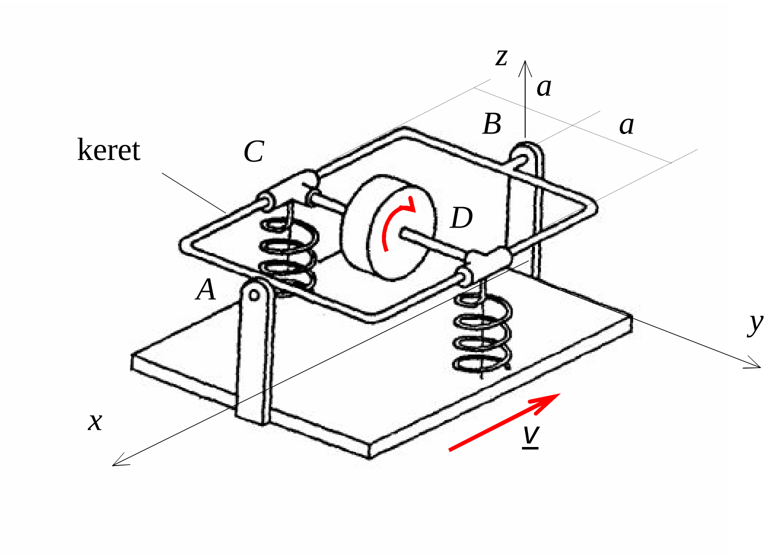
| Merev test kinetika, 3D |
|---|
| Pörgettyűs elfordulásjelző |

Az ábra a pörgettyűs elfordulásjelző működésének elvét szemlélteti. A műszer járművek kanyarodási szögsebességét, és ezzel a jármű (repülőgép, rakéta, hajó) mozgásirányának változását méri.




A saját tengelye körül gyorsan forgó rotort tartó *ABCD* keret *C*-nél és *D*-nél rugókkal a járműhöz van rögzítve. Ha a jármű nem kanyarodik, akkor a rugók terheletlenek, a keret vízszintes, a rotor súlyát *A* és *B* tartja.
A jármű kanyarodásakor a gyorsan forgó rotor a rugalmasan ágyazott keretre nyomatékot gyakorol, ami a keretet az *AB* tengely körül elfordítja. (ún. pörgettyűhatás nyomatéka)
A keret elfordulása arányos a jármű szögsebességével. Ebből a kanyarodási ív sugara kiszámítható.

**A feladat megfogalmazása**:
Egy $v$ sebességgel haladó jármű $\rho$ sugarú íven jobbra kanyarodik. Az elfordulásmérő műszer rotorja (a rotor henger alakú, ***lapos*** forgórész, tömege $m$, magassága $h$, sugara $R$) $n$ állandó fordulatszámmal forog a saját tengelye körül. (rotáció).

**Határozzuk meg**, hogy milyen irányba és mekkora szöggel fordul el az *ABCD* keret az *AB* tengely körül. ($\gamma = ?$).
Az *ABCD* keretet és a *CD* tengelyt merevnek tekintjük, tömegüket elhanyagoljuk a rotor tömege mellett.
A rugók egyformák és lineárisan rugalmasak, rugómerevségük $s$. Lineárisan rugalmas rugó esetén a rugót terhelő $F$ erő és a rugó $\lambda$ megnyúlása (vagy összenyomódása) közötti összefüggés: $F = s \cdot \lambda$.
A keret szögelfordulása elég kicsi ahhoz, hogy a rugók a keret elfordulása után is függőleges helyzetűnek legyenek tekinthetők.

**További megkötések:**
A jármű állandó sugarú íven kanyarodik, vagyis miután a rotor *CD* tengelye elfordult *AB* körül, az így beállt $\gamma$ szög már nem változik.
A rugalmas ágyazás miatti esetleges rezgéseket nem vesszük figyelembe.

**Adatok:**

$n$ = 1146 [ford/perc] állandó
$m$ = 12 [kg]
$R$ = 0,1 [m]
$h$ = 0,05 [m]
$a$ = 0,2 [m]
$v$ = 720 [km/h] állandó
$\rho$ = 20 [m] a vizsgált időtartam alatt állandó
$s = 10^4$ [N/m]

**A megoldás során az alábbi lépéseket kövessük:**

1. Határozzuk meg a pörgettyűtest (rotor) saját tengelye körüli forgása szögsebességének a nagyságát, $\omega_r = ?$ (***rotáció*** vagy ***spin***)

2. Határozzuk meg a pörgettyűtest kanyarodásból adódó szögsebesség nagyságát, $\omega_p = ?$ (***precesszió***)

3. Határozzuk meg a pörgettyűtest szögsebességét, $\underline{\omega} = ?$, a rotorhoz kötött koordinátarendszerben. Rajzoljunk magyarázó ábrát, amin jelleghelyesen feltüntetjük a szögsebességkomponenseket és a szögsebességet.

4. Határozzuk meg a pörgettyűtest szöggyorsulását, $\underline{\varepsilon} = ?$

5. Írjuk fel a pörgettyűtest perdületét, $\underline{\Pi}_S = ?$

6. Mit jelent, hogy ***a rotor lapos***? Rajzoljunk magyarázó ábrát, amin jelleghelyesen feltüntetjük a perdületvektort. (Látszódjon rajta, hogy melyik síkban és melyik tartományban fekszik a perdületvektor.)

7. Írjuk fel a pörgettyűhatás nyomatékát. Mi következik abból, hogy ***a rotor lapos***? Rajzoljunk magyarázó ábrát, amin jelleghelyesen feltüntetjük a pörgettyűhatás nyomatékát, a $C_z$ és $D_z$ erőkomponenseket, valamint a $\gamma$ szögelfordulást.

8. Számítsuk ki a keret elfordulásának szögét, $\gamma = ?$

9. Számítsuk ki ebből a keretet – és ezzel a rugókat – terhelő $C$ és $D$ erők $z$ irányú komponensét, $C_z = ?$, $D_z = ?$

10. Oldjuk meg a feladatot az ***ún. mérnöki közelítéssel*** is. Hasonlítsuk össze az eredményeket. Vonjunk le következtetést: milyen feltételek teljesülése esetén fogadható el a mérnöki közelítéssel kapott eredmény?

11. Mi a jelentősége annak a megkötésnek, hogy a kanyarodási ív sugara állandó, és hogy nincsenek rezgések?