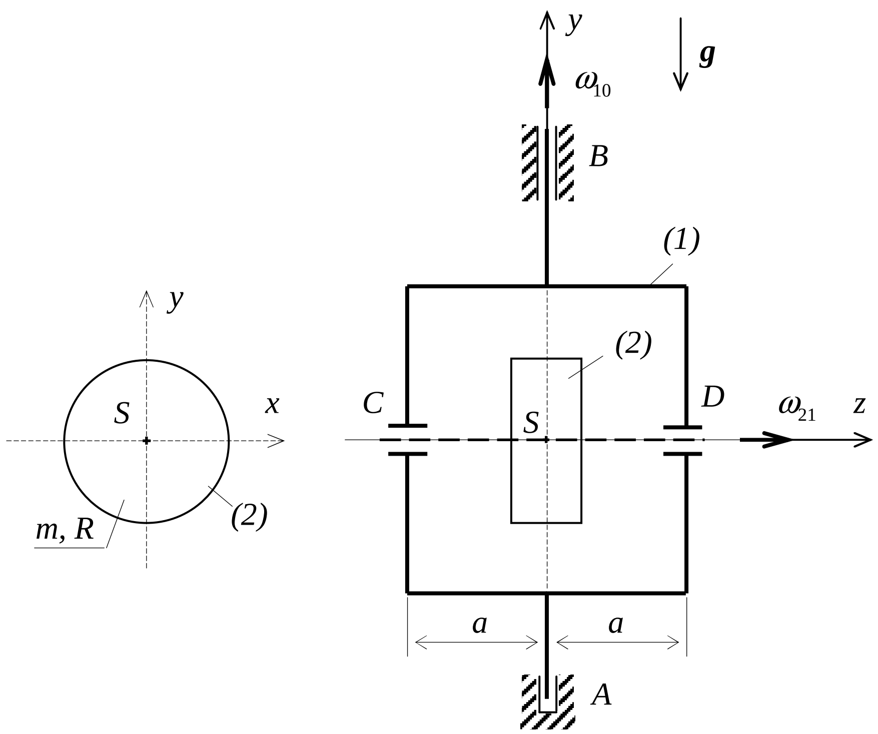
Merev test térbeli mozgása – rotor keretben
Dinamika

A *(2)*-es jelű rotor (homogén, henger alakú merev test, tömege m, sugara R) állandó **nagyságú** szögsebességgel (ω_{21}) forog a saját szimmetriatengelye *(CD)* körül az *(1)*-es jelű keretben, miközben a keret a térfix, függőleges helyzetű AB tengely körül forog állandó $\underline{\boldsymbol{\omega}}_{10}$ szögsebességgel. (**Irány** és **nagyság** szerint állandó szögsebesség). A CD tengely tömege elhanyagolható a rotor tömege mellett.

1. Mi a rotor *elemi mozgása*?
2. Mi a rotor *véges mozgása*?
3. Írjuk fel a rotor *precessziós szögsebességét* ($\underline{\boldsymbol{\omega}}_p = ?$) és a *rotációját* (spin, $\underline{\boldsymbol{\omega}}_s = ?$).
   Mit jelentenek ezek az elnevezések?
4. Határozzuk meg a rotor *szögsebességét* ($\underline{\boldsymbol{\omega}} = ?$) és *szöggyorsulását* ($\underline{\boldsymbol{\varepsilon}} = ?$) a vázolt helyzetben.
5. Számítsuk ki a keretet C-nél és D-nél terhelő erők függőleges komponensét. $C_y = ?$, $D_y = ?$



$R = 0{,}2$ [m]
$a = 0{,}2$ [m]
$m = 5$ [kg]
$\omega_{21} = 100$ [rad/s]
$\omega_{10} = 10$ [rad/s]

Megoldás:

1. *Elemi v. pillanatnyi forgás*, mert: $\underline{v}_S \cdot \underline{\omega} = 0$ úgy, hogy $\underline{v}_S = \underline{0}$, $\underline{\omega} \neq \underline{0}$
2. *Pörgettyűmozgás v. gömbi mozgás*, mert a pillanatnyi forgástengely állandóan átmegy a térfix *S* ponton.
3. *Precesszió*: $\underline{\omega}_p = \underline{\omega}_{10}$, forgás a térfix függőleges *y* tengely körül

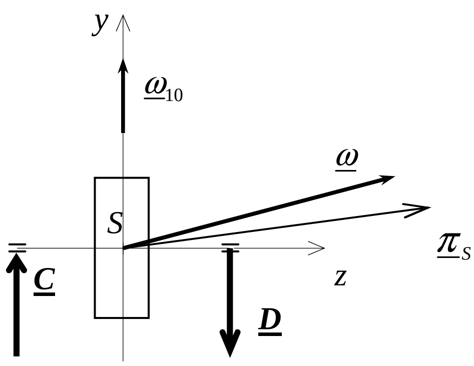
   Rotáció: $\underline{\omega}_s = \underline{\omega}_{21}$, a rotor saját szimmetriatengelye körüli forgása
4. A szögsebesség a részforgások összege:

$$\underline{\omega} = \underline{\omega}_{21} + \underline{\omega}_{10} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 100 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ 100 \end{bmatrix} rad/s$$

   Az állandó abszolút értékű $\underline{\omega}$ vektor $\underline{\omega}_{10}$ szögsebességgel forog, ezért:

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\omega}_{10} \times \underline{\omega} = \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ 100 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1000 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} rad/s^2$$

5. A dinamika alaptétele:



$$I. \quad m \cdot \underline{a}_S = \underline{F}$$

$$m \cdot \underline{a}_S = \underline{C} + \underline{D} + \underline{G}$$

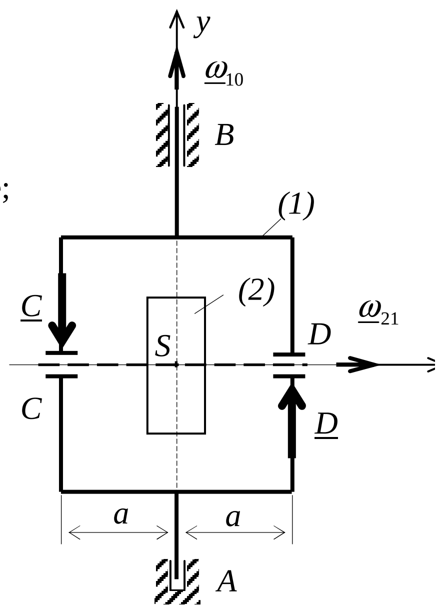
$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -m \cdot g \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$II. \quad \dot{\underline{\pi}}_S = \underline{M}_S$$

$$\underline{\underline{\theta}}_S \cdot \underline{\varepsilon} + \underline{\omega} \times (\underline{\underline{\theta}}_S \cdot \underline{\omega}) = \underline{r}_{SC} \times \underline{C} + \underline{r}_{SD} \times \underline{D}$$

$$\begin{bmatrix} \theta_x & 0 & 0 \\ 0 & \theta_y & 0 \\ 0 & 0 & \theta_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1000 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ 100 \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} \theta_x & 0 & 0 \\ 0 & \theta_y & 0 \\ 0 & 0 & \theta_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ 100 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -a \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1000 \cdot \theta_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1000 \cdot (\theta_z - \theta_y) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cdot C_y - a \cdot D_y \\ -a \cdot C_x + a \cdot D_x \\ 0 \end{bmatrix}$$



$\theta_x = \theta_y$ mert az xy sík merőleges a z forgásszimmetriatengelyre; kiesik (ezért nincs megadva a henger magassága)

$$\theta_z = \frac{1}{2} m \cdot R^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 0,2^2 = 0,1\, kgm^2$$

$C_y = 274,53\, N$, $D_y = -225,48\, N$

A keretet Newton 3. axiómája miatt ennek a (-1)- szerese terheli.