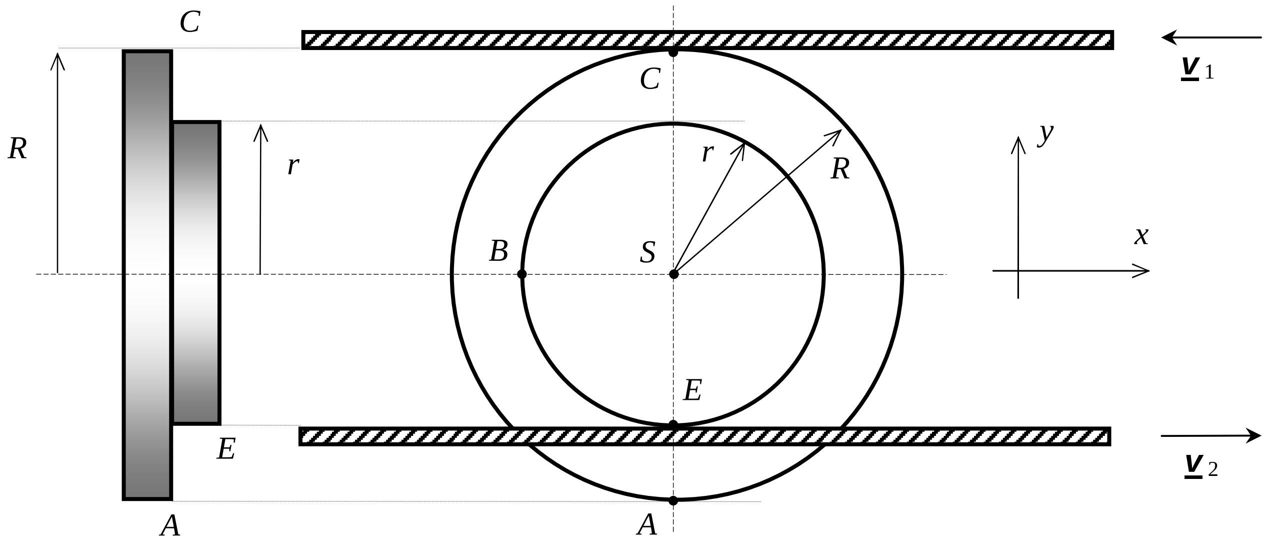
Görgő mozgása fogaslécek között

Témakör: merev test kinematikája, síkmozgás



R = 0,3 [m]
r = 0,2 [m]
v_1 = 1 [m/s]
v_2 = 2 [m/s]

A vázolt görgő két, mereven összeerősített fogaskerékből áll. Ez a görgő két párhuzamos helyzetű fogasléc között mozog. A fogaslécek ellentétes irányban mozognak, adott állandó sebességgel, az ábrának megfelelően.

A görgő mozgásállapotát vizsgáljuk:

1. Határozzuk meg a görgő szögsebességét és súlypontjának sebességét, $\underline{\omega} = ?$, $\underline{v}_S = ?$
2. Adjuk meg a sebességpólus helyét, $\underline{r}_{SP} = ?$, és rajzoljuk be az ábrába a sebességpólust, P = ?
3. Rajzoljuk be az ábrába a sebességeloszlást az *AESC* vonalon. (Válasszunk megfelelő sebességléptéket.)
4. Indokoljuk meg a fenti sebességeloszlást.
5. Határozzuk meg a görgő szöggyorsulását és súlypontjának gyorsulását, $\underline{\varepsilon} = ?$, $\underline{a}_S = ?$
6. Számítsuk ki a *B* pont sebességét és gyorsulását, $\underline{v}_B = ?$, $\underline{a}_B = ?$ Válasszunk léptéket a gyorsuláshoz is, és rajzoljuk be őket az ábrába.
7. Számítsuk ki a *B* pont pályájának pillanatnyi görbületi sugarát, $\rho_B = ?$

1.)

$\underline{v}_E = \underline{v}_2, \quad \underline{v}_C = \underline{v}_1$ a gördülés miatt

C és E rajta vannak ugyanazon a merev testen:

$$\underline{v}_C = \underline{v}_E + \underline{\omega} \times \underline{r}_{EC}$$

$$\begin{bmatrix} -v_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ r+R \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \omega = \frac{v_1 + v_2}{r+R} = \frac{3}{0,5} = 6\, rad/s \rightarrow \underline{\omega} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix} rad/s \quad \text{állandó}$$

$$\underline{v}_S = \underline{v}_E + \underline{\omega} \times \underline{r}_{ES}$$

$$\underline{v}_S = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0,2 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \underline{v}_S = \begin{bmatrix} 0,8 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m/s \quad \text{állandó}$$

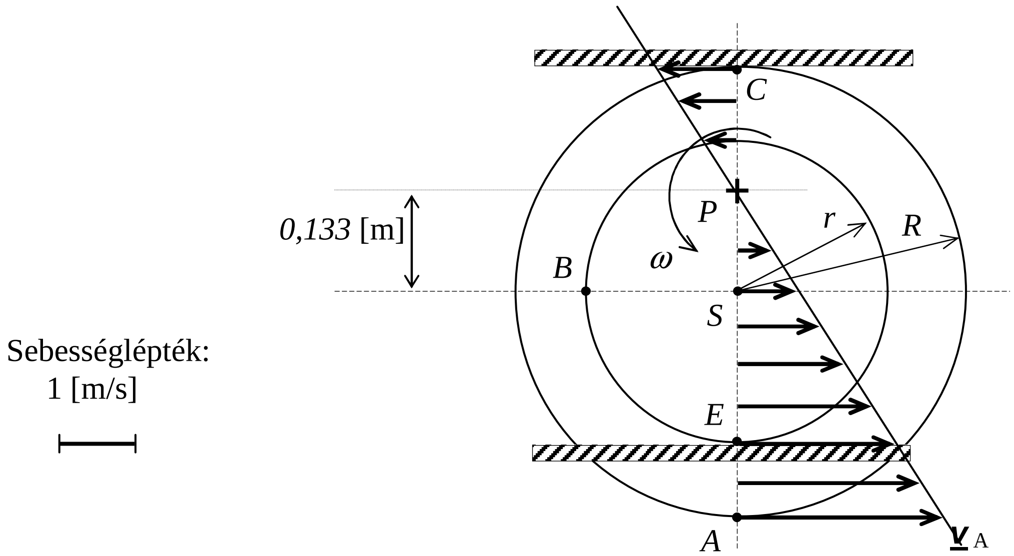
2.)

$$\underline{v}_P = \underline{0}$$

$$\underline{v}_P = \underline{v}_S + \underline{\omega} \times \underline{r}_{SP}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,8 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow x = 0, \quad y = \frac{0,8}{6} = 0,133\, m \rightarrow \underline{r}_{SP} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,133 \\ 0 \end{bmatrix} m$$

3.)



4.)

Síkmozgás: pillanatnyi forgások sorozata. Egy adott pillanatban a sebességeloszlás a test egy síkmetszetében olyan, mintha minden pont P körül körpályán mozogna.

Bármely B pontra: $\underline{v}_B = \cancel{\underline{v}_P} + \underline{\omega} \times \underline{r}_{PB}$ – ből következik, hogy bármely pont

sebességének nagysága arányos a P-től mért távolsággal,

sebességének iránya merőleges a P-ből a ponthoz húzott sugárra,

sebességének értelme az $\underline{\omega}$ szögsebesség forgása szerinti.

5.)

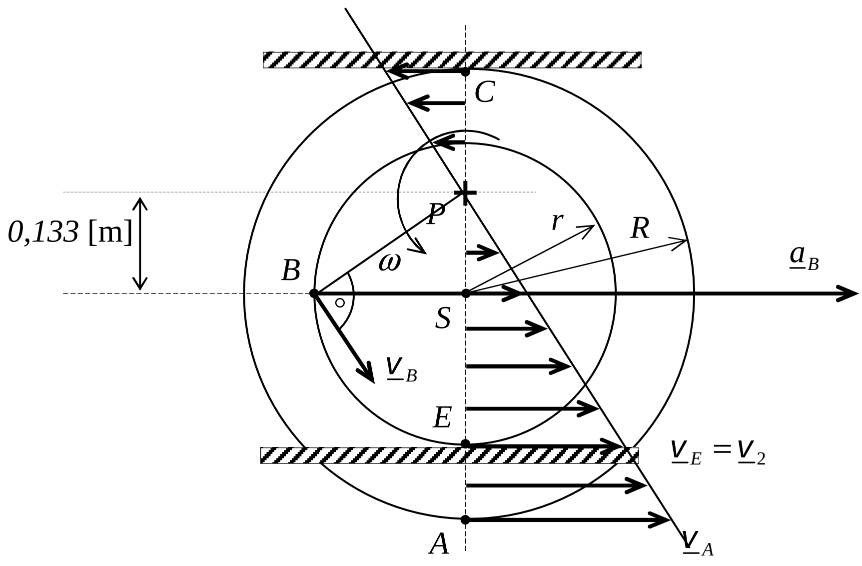
$\underline{\varepsilon} = \underline{0}$ mert $\underline{\omega}$ állandó (irány és nagyság szerint),

$\underline{a}_S = \underline{0}$ mert $\underline{v}_S$ állandó (irány és nagyság szerint).

6.)

$$\underline{v}_B = \underline{v}_S + \underline{\omega} \times \underline{r}_{SB} = \begin{bmatrix} 0,8 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -0,2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,8 \\ -1,2 \\ 0 \end{bmatrix} m/s$$

$$\underline{a}_B = \cancel{\underline{a}_S} + \cancel{\underline{\varepsilon}} \times \underline{r}_{SB} - \omega^2 \cdot \underline{r}_{SB} = -36 \cdot \begin{bmatrix} -0,2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7,2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m/s^2$$



Sebességlépték:
1 [m/s]

Gyorsuláslépték:
1 [m/s^2]

7.)

$$\underline{a}_{Bnorm} = \begin{bmatrix} 4,98 \\ 3,32 \\ 0 \end{bmatrix} m/s^2, \quad \underline{a}_{Btang} = \begin{bmatrix} 2,22 \\ -3,32 \\ 0 \end{bmatrix} m/s^2$$

$$\rho = \frac{v_B^2}{|\underline{a}_{Bnorm}|} = \frac{2,08}{5,99} = 0,35\ m$$