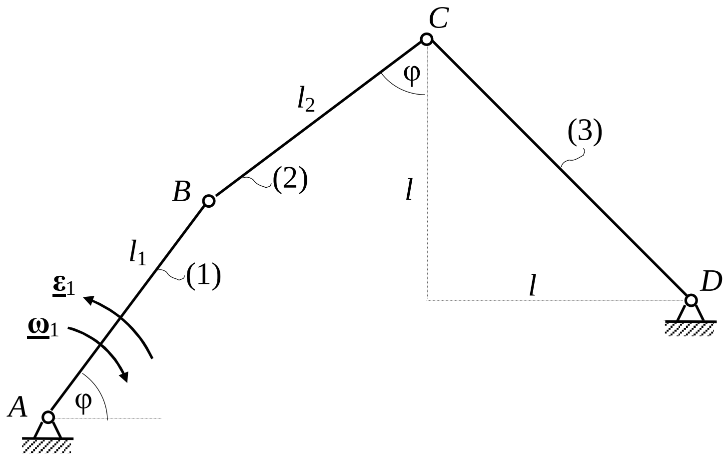
Merev testekből álló rendszer kinematikája
Síkbeli mechanizmusok (négycsuklós mechanizmus)



A vázolt síkbeli csuklós mechanizmus mozgását az (1) jelű rúdjának szögsebessége (ω_1) és szöggyorsulása (ε_1) határozza meg.
A mechanizmus vázolt (pillanatnyi) helyzetét az – ábrába bejelölt – φ szög jellemzi.
Ismert az ω_1 és az ε_1 adott helyzethez tartozó (pillanatnyi) értéke.

<u>**Adatok:**</u> $l_1 = l_2 = 0{,}5$ [m] $\quad \omega_1 = 1$ [rad/s]
$l = 0{,}5$ [m] $\quad \varepsilon_1 = 1$ [rad/s^2]
$\sin\varphi = 0{,}8$
$\cos\varphi = 0{,}6$

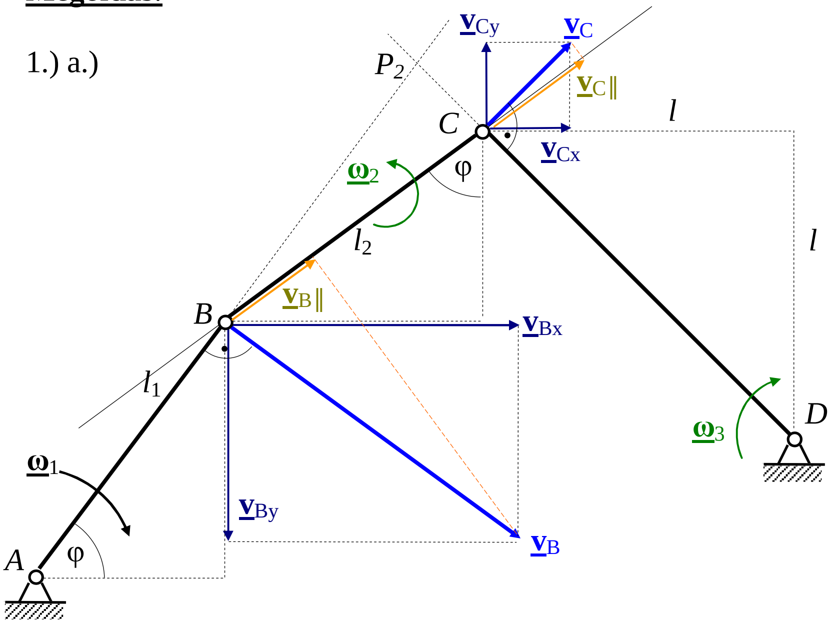
<u>**Feladat**</u>: 1.) Határozzuk meg - a vázolt helyzetben - a (2)-es csatlórúd és a (3)-as rúd pillanatnyi
a.) szögsebességét ($\underline{\boldsymbol{\omega}}_2$ = ? ; ($\underline{\boldsymbol{\omega}}_3$ = ?),
b.) szöggyorsulását ($\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_2$ = ? ; $\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_3$ = ?), valamint
c.) a (2)-es csatlórúd P_2 sebességpólusának és G_2 gyorsuláspólusának helyét
($\underline{\mathbf{r}}_{BP2}$ = ?; $\underline{\mathbf{r}}_{BG2}$ = ?)!

2.) Rajzoljuk meg a mechanizmus
a.) sebesség- és a
b.) gyorsulásábráját!

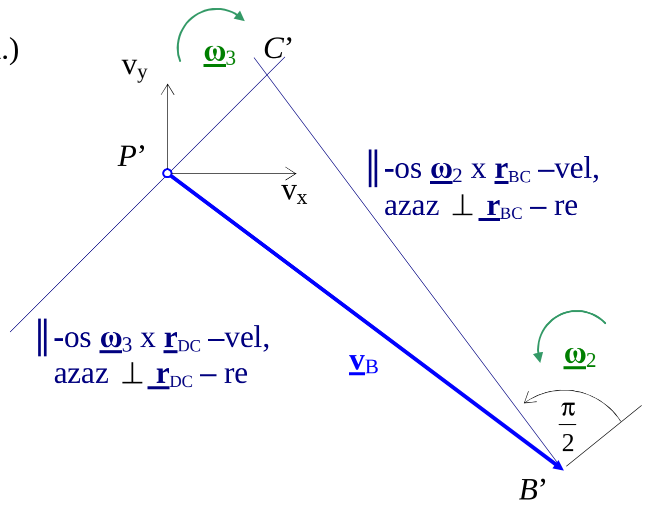
$$\underline{\mathbf{r}}_{AB} = l_1 \begin{bmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}3 \\ 0{,}4 \\ 0 \end{bmatrix} [\mathrm{m}]; \qquad \underline{\mathbf{r}}_{BC} = l_2 \begin{bmatrix} \sin\varphi \\ \cos\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}4 \\ 0{,}3 \\ 0 \end{bmatrix} [\mathrm{m}]; \qquad \underline{\mathbf{r}}_{DC} = \begin{bmatrix} -l \\ l \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}5 \\ 0{,}5 \\ 0 \end{bmatrix} [\mathrm{m}];$$

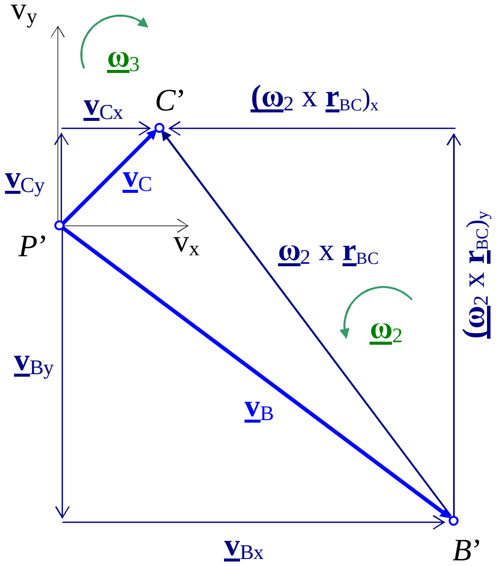
Megoldás:

1.) a.)



2.) a.)





(1)-es testre:

$$\underline{\mathbf{v}}_B = \underline{\mathbf{v}}_A + \underline{\boldsymbol{\omega}}_1 \times \underline{\mathbf{r}}_{AB} = \underline{\boldsymbol{\omega}}_1 \times \underline{\mathbf{r}}_{AB}$$

$$\underline{\mathbf{v}}_B = \omega_1 l_1 \begin{bmatrix} \sin\varphi \\ -\cos\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = 0{,}5 \begin{bmatrix} 0{,}8 \\ -0{,}6 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$$

$$\underline{\mathbf{v}}_B = \begin{bmatrix} 0{,}4 \\ -0{,}3 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$$

Mivel a *C* pont a (2)-es és a (3)-as test közös pontja, sebessége mindkét test vonatkozásában felírható:

(2)-es testre:

$$\underline{\mathbf{v}}_C = \underline{\mathbf{v}}_B + \underline{\boldsymbol{\omega}}_2 \times \underline{\mathbf{r}}_{BC}$$

(3)-es testre:

$$\underline{\mathbf{v}}_C = \underline{\mathbf{v}}_D + \underline{\boldsymbol{\omega}}_3 \times \underline{\mathbf{r}}_{DC} = \underline{\boldsymbol{\omega}}_3 \times \underline{\mathbf{r}}_{DC}$$

Így:

$$\begin{bmatrix} v_{Bx} - \omega_2 l_2 \cos\varphi \\ v_{By} + \omega_2 l_2 \sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega_3 l \\ -\omega_3 l \\ 0 \end{bmatrix}$$

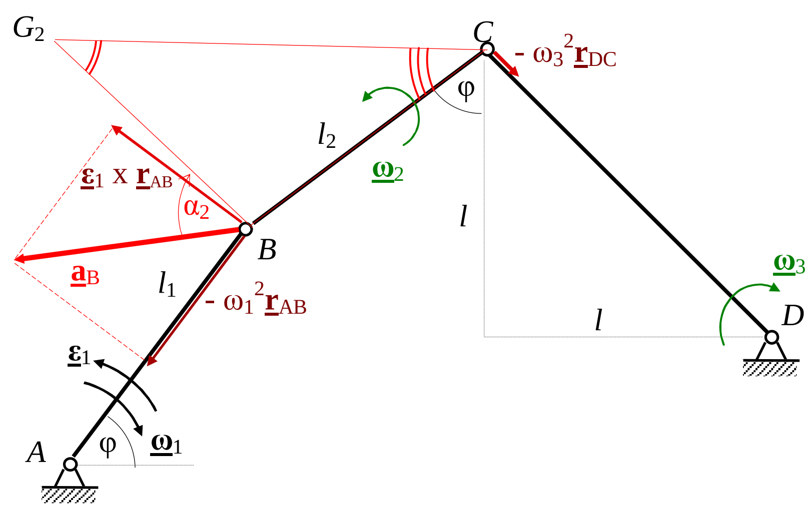
x: $0{,}4 - 0{,}3\,\omega_{2z} = -0{,}5\,\omega_{3z}$

y: $-0{,}3 + 0{,}4\,\omega_{2z} = -0{,}5\,\omega_3$

$$\omega_{2z} = 1 \left[\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}\right]; \quad \omega_{3z} = -0{,}2 \left[\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}\right]$$

$$\underline{\boldsymbol{\omega}}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \left[\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}\right]; \quad \underline{\boldsymbol{\omega}}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0{,}2 \end{bmatrix} \left[\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}\right]$$

1.) b.)



(1) test:

$$\underline{\mathbf{a}}_B = \underline{\mathbf{a}}_A + \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_1 \times \underline{\mathbf{r}}_{AB} - \omega_1^2\, \underline{\mathbf{r}}_{AB}$$

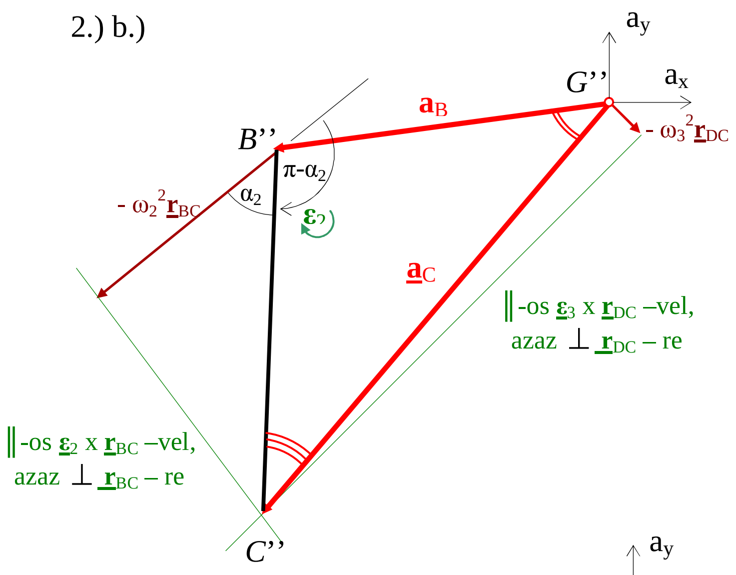
$$\underline{\mathbf{a}}_B = \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_1 \times \underline{\mathbf{r}}_{AB} - \omega_1^2\, \underline{\mathbf{r}}_{AB}$$

$$\underline{\mathbf{a}}_B = \begin{bmatrix} -\varepsilon_1 l_1 \sin\varphi \\ \varepsilon_1 l_1 \cos\varphi \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \omega_1^2 l_1 \cos\varphi \\ \omega_1^2 l_1 \sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{a}}_B = \begin{bmatrix} -0,4 \\ 0,3 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,7 \\ -0,1 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$$

Mivel a *C* pont a (2)-es és a (3)-as test közös pontja, gyorsulása mindkét test vonatkozásában felírható:

2.) b.)



(2) test:

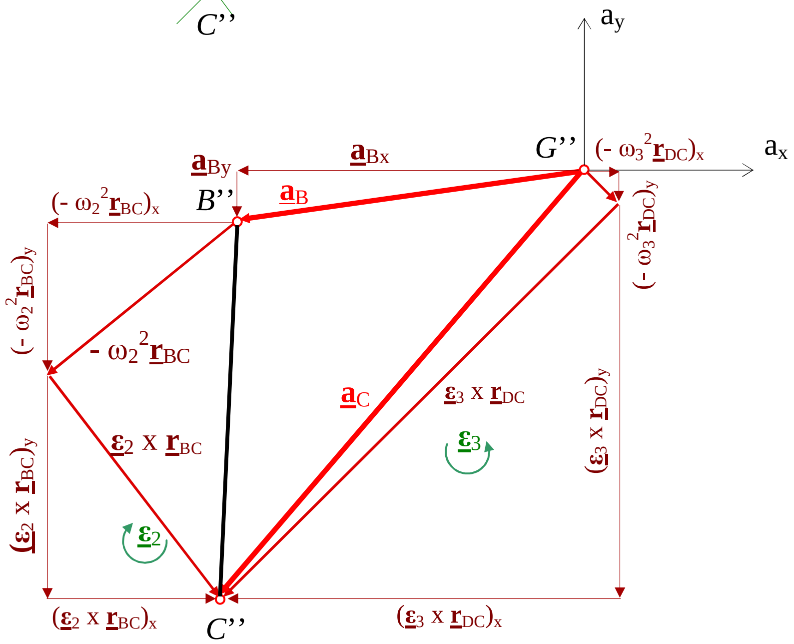
$$\underline{\mathbf{a}}_C = \underline{\mathbf{a}}_B + \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_2 \times \underline{\mathbf{r}}_{BC} - \omega_2^2\, \underline{\mathbf{r}}_{BC}$$

(3) test:

$$\underline{\mathbf{a}}_C = \underline{\mathbf{a}}_D + \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_3 \times \underline{\mathbf{r}}_{DC} - \omega_3^2\, \underline{\mathbf{r}}_{DC}$$

$$\underline{\mathbf{a}}_C = \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_3 \times \underline{\mathbf{r}}_{DC} - \omega_3^2\, \underline{\mathbf{r}}_{DC}$$

$$\underline{\mathbf{a}}_B + \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_2 \times \underline{\mathbf{r}}_{BC} - \omega_2^2\, \underline{\mathbf{r}}_{BC} = \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_3 \times \underline{\mathbf{r}}_{DC} - \omega_3^2\, \underline{\mathbf{r}}_{DC}$$



x: $-0,7 - 0,3\varepsilon_{2z} - 0,4 = -0,5\,\varepsilon_3 + 0,02$

y: $-0,1 + 0,4\varepsilon_{2z} - 0,3 = -0,5\,\varepsilon_3 - 0,02$

$$\varepsilon_{2z} \approx -1,057 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]; \qquad \varepsilon_{3z} \approx 1,606 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$$

$$\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1,057 \end{bmatrix} \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right]; \quad \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1,606 \end{bmatrix} \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right]$$

1.) c.) $\underline{\mathbf{r}}_{BP2}$ = ?

$\underline{\mathbf{v}}_B = \underline{\mathbf{v}}_{P2} + \underline{\boldsymbol{\omega}}_2 \times \underline{\mathbf{r}}_{P2B} = \underline{\boldsymbol{\omega}}_2 \times \underline{\mathbf{r}}_{P2B}$

x: $\omega_1\, y_{AB} = -\,\omega_2\, y_{P2B}$; $0{,}4\, \omega_1 = -\,\omega_2\, y_{P2B}$;

y: $\omega_1\, x_{AB} = \omega_2\, x_{P2B}$; $-\,0{,}3\, \omega_1 = \omega_2\, x_{P2B}$;

$\underline{\mathbf{r}}_{AB} = l_1 \begin{bmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}3 \\ 0{,}4 \\ 0 \end{bmatrix} [\mathrm{m}]$; és $\omega_1 = \omega_2 = 1$ [rad/s] behelyettesítésével:

$x_{P2B} = -\,0{,}3$ [m]
$y_{P2B} = -\,0{,}4$ [m]

$\underline{\mathbf{r}}_{BP2} = -\,\underline{\mathbf{r}}_{P2B} = \begin{bmatrix} 0{,}3 \\ 0{,}4 \\ 0 \end{bmatrix} [\mathrm{m}]$

$\underline{\mathbf{r}}_{BG2}$ = ?

$\underline{\mathbf{a}}_B = \underline{\mathbf{a}}_{G2} + \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_2 \times \underline{\mathbf{r}}_{G2B} - \omega_2^2\, \underline{\mathbf{r}}_{G2B} = \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_2 \times \underline{\mathbf{r}}_{G2B} - \omega_2^2\, \underline{\mathbf{r}}_{G2B}$

x: $-\,\varepsilon_1\, y_{AB} - \omega_1^2\, x_{AB} = \varepsilon_2\, y_{G2B} - \omega_2^2\, x_{G2B}$;

y: $\varepsilon_1\, x_{AB} - \omega_1^2\, y_{AB} = -\varepsilon_2\, x_{G2B} - \omega_2^2\, y_{G2B}$;

$\underline{\mathbf{r}}_{AB} = l_1 \begin{bmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}3 \\ 0{,}4 \\ 0 \end{bmatrix} [\mathrm{m}]$; $\omega_1 = \omega_2 = 1$ [rad/s] ;

$\varepsilon_1 = 1$[rad/s^2] és

$\varepsilon_2 = 1{,}057$ [rad/s^2] behelyettesítésével:

$x_{G2B} \approx 0{,}381$ [m]
$y_{P2B} \approx -\,0{,}302$ [m]

$\underline{\mathbf{r}}_{BG2} = -\,\underline{\mathbf{r}}_{G2B} \approx \begin{bmatrix} -0{,}38 \\ 0{,}3 \\ 0 \end{bmatrix} [\mathrm{m}]$