HÁZI FELADAT – MEGOLDÁSI SEGÉDLET
Merev test, kinematika
Térbeli mozgás

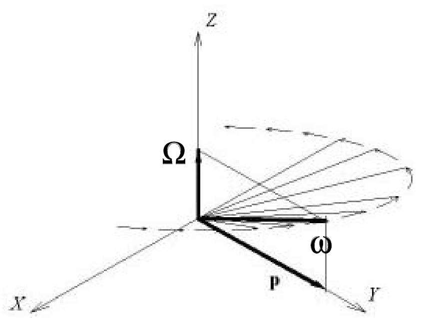
1.
A rész-szögsebességek az {*X*, *Y*, *Z; C*} koordinátarendszerben:

$$\mathbf{p}=\begin{bmatrix}0\\ p\\ 0\end{bmatrix}[\mathrm{rad/s}] \qquad\qquad \mathbf{\Omega}=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ \Omega\end{bmatrix}[\mathrm{rad/s}].$$

A korong szögsebessége a fenti két rész-szögsebességének összege:

$$\underline{\underline{\boldsymbol{\omega}}}=\mathbf{p}+\mathbf{\Omega}=\begin{bmatrix}0\\ p\\ \Omega\end{bmatrix}=\underline{\underline{\begin{bmatrix}0\\ 10\\ 4\end{bmatrix}[\mathrm{rad/s}]}}.$$

2.



Mivel az $\boldsymbol{\omega}$ vektor a térfix Z tengely körül $\mathbf{\Omega}$ szögsebességgel forog ÉS $|\boldsymbol{\omega}|=\text{állandó}$, ezért

$$\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}=\mathbf{\Omega}\times\boldsymbol{\omega}=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ \Omega\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}0\\ p\\ \Omega\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\Omega\cdot p\\ 0\\ 0\end{bmatrix}=\underline{\underline{\begin{bmatrix}-40\\ 0\\ 0\end{bmatrix}[\mathrm{rad/s^2}]}}$$

.

3.
Az *A* és az *O* pontok ugyanazon merev test (a korong) pontjai.

$$\mathbf{v}_A=\mathbf{v}_O+\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}_{OA}$$

Az *O* pont pontja a villának is, amely a térfix *Z* tengely körül 300 [mm] sugarú körpályán mozog *Ω* szögsebességgel, így

$$\mathbf{v}_O=\begin{bmatrix}0\\ 0{,}3\cdot\Omega\\ 0\end{bmatrix}$$

Tehát

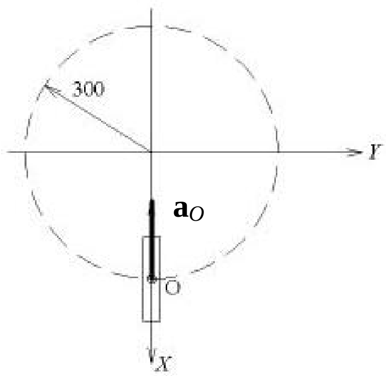
$$\underline{\underline{\mathbf{v}_A}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0{,}3\cdot\Omega \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ p \\ \Omega \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0{,}1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}1\cdot p \\ 0{,}3\cdot\Omega \\ 0 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 1 \\ 1{,}2 \\ 0 \end{bmatrix} [\mathrm{m/s}]}}$$

4.

$$\mathbf{a}_A = \mathbf{a}_O + \boldsymbol{\varepsilon}\times\mathbf{r}_{OA} + \boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}_{OA}) = \mathbf{a}_O + \begin{bmatrix} -\Omega\cdot p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0{,}1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ p \\ \Omega \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0{,}1\cdot p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \mathbf{a}_O + \begin{bmatrix} 0 \\ 0{,}1\cdot p\cdot\Omega \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0{,}1\cdot p\cdot\Omega \\ -0{,}1\cdot p^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a}_O = ?$$



Az O pont a térfix Z tengely körül 300 [mm] sugarú körpályán mozog állandó Ω szögsebességgel, ezért gyorsulásának csak normális irányú komponense van, ami a körpály síkjában fekszik és a körpálya középpontja felé mutat:

$$\mathbf{a}_O = \begin{bmatrix} -\dfrac{v^2_O}{0{,}3} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}3\cdot\Omega^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Végül

$$\underline{\underline{\mathbf{a}_A}} = \begin{bmatrix} -0{,}3\cdot\Omega^2 \\ 0{,}2\cdot p\cdot\Omega \\ -0{,}1\cdot p^2 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} -4{,}8 \\ 8 \\ -10 \end{bmatrix} [\mathrm{m/s^2}]}}$$

<u>Megjegyzés:</u>

A szemlélet hasznos dolog, de tárgyi tudás nélkül becsaphat. Az A pont sebességéről mondhatjuk, hogy „két körpályán való mozgásból származó sebesség eredője”: $0{,}1\cdot p$ a saját tengely körüli forgásból adódó kerületi sebesség, ez X irányú, és ehhez jön a Z tengely körüli forgásból adódó $0{,}3\cdot\Omega$ sebességkomponens Y irányban, és így előáll $\mathbf{v}_A$.
Analóg meggondolás a gyorsulás meghatározására NEM ALKALMAZHATÓ!!!