

## A CORIOLIS ERŐ hatása a forgó Földön

Példa: látszólagos súlyváltozás, sínkopás

Nem-inerciarendszerben fellépő egyik tehetetlenségi erő: a Coriolis erő:

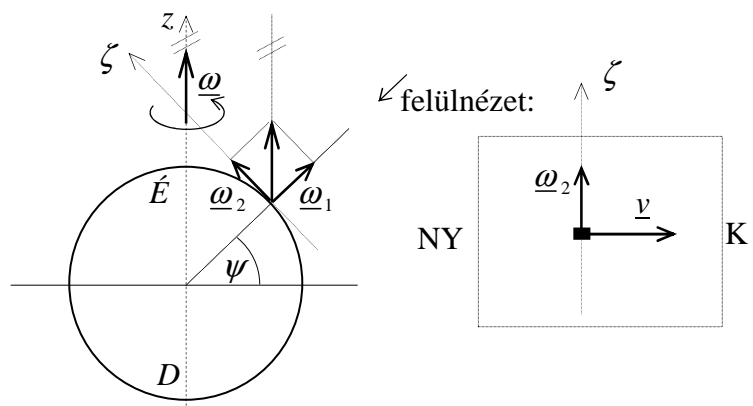
$$\underline{F}_{\text{Coriolis}} = -m \cdot \underline{a}_{\text{Coriolis}} = -m \cdot (2 \cdot \underline{\omega}_{21} \times \underline{\beta})$$

A gépészmérnöki gyakorlatban a Föld forgása miatt fellépő Coriolis erő általában elhanyagolható a testekre ható többi erő mellett. Nagy távolságok, nagy magasságok, hosszú időn át tartó mozgás, nagy sebességek, nagy tömegek mozgása esetén azonban figyelembe kell venni.

Egy szuperexpressz (tömege 425 tonna) Nyugat → Kelet irányban mozog  $v = 260$  [km/h] sebességgel, az északi féltekén, a  $\psi = 47^\circ$  földrajzi szélességi fokon.

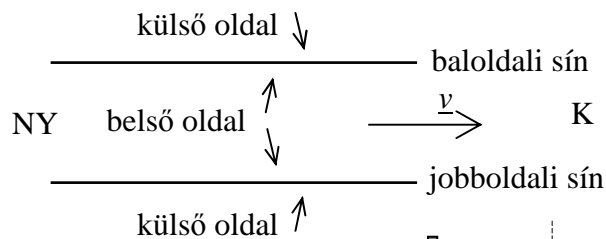
A Föld saját tengelye körüli forgásának szögsebessége:

$$\omega = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ [rad/s]}$$

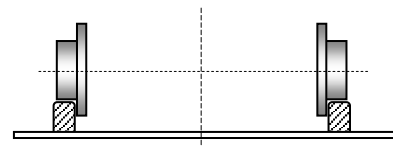


1. Számítsuk ki a Coriolis erő miatt fellépő látszólagos súlyváltozást. (Eötvös hatás) ( $\Delta G = ?$ , csökkenés vagy növekedés?)
2. Számítsuk ki, hogy a Coriolis erő miatt melyik sín melyik oldalát mekkora erővel nyomják a kerekek.

A bal- és jobboldali sín, illetve a sín külső és belső oldalának értelmezése:



A sín és a kerekek kapcsolatát a következőképpen vegye figyelembe: a kerekek a sínek belső oldalán tudnak feltámaszkodni.



3. Kiről van elnevezve az Eötvös hatás, mit tud a munkásságáról, tevékenységéről, annak jelentőségéről és horderejéről?

A szögsebességet az adott helyen két komponens összegére bontjuk:  $\underline{\omega} = \underline{\omega}_1 + \underline{\omega}_2$ , ahol:

$$\underline{\omega}_1 = \underline{\omega} \cdot \sin \psi \quad \text{a Föld felszínére merőleges komponens, } \omega_1 = 7,29 \cdot 10^5 \cdot \sin 47^\circ = 5,33 \cdot 10^{-5} \text{ [rad/s]}$$

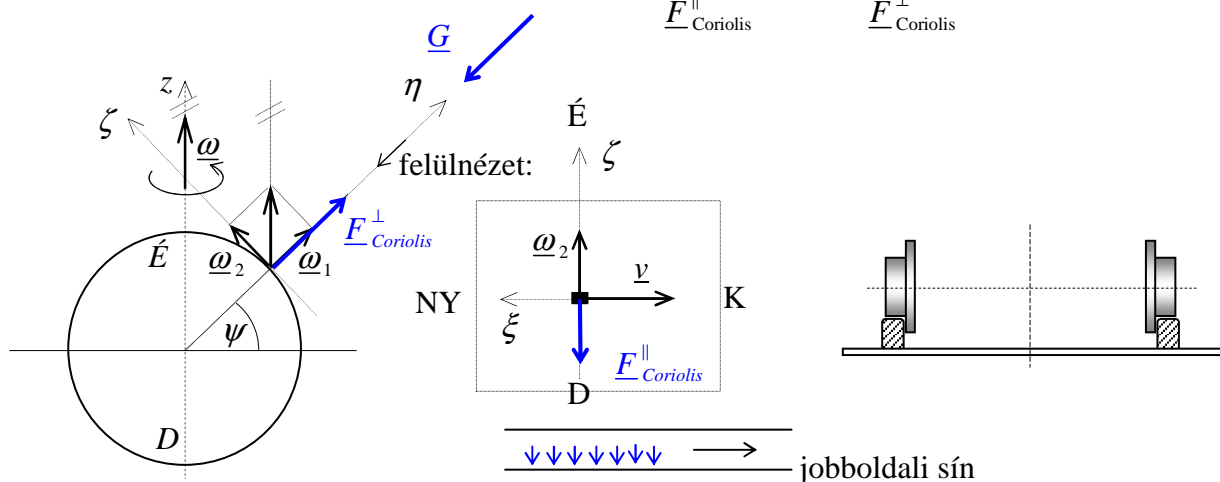
$\underline{\omega}_2 = \underline{\omega} \cdot \cos \psi$  pedig a Föld helyi érintősíkjába esik, Dél felől mutat Észak felé,

$$\omega_2 = 7,29 \cdot 10^5 \cdot \cos 47^\circ = 4,97 \cdot 10^{-5} \text{ [rad/s]}$$

$$\text{A vonat sebessége: } v = 260 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right] = \frac{260}{3,6} = 72,22 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

A Földön  $v$  sebességgel mozgó testre ható Coriolis erő:

$$\underline{F}_{\text{Coriolis}} = -2 \cdot m \cdot \underline{\omega} \times \underline{v} = -2 \cdot m \cdot (\underline{\omega}_1 + \underline{\omega}_2) \times \underline{v} = \underbrace{-2 \cdot m \cdot \underline{\omega}_1 \times \underline{v}}_{\underline{F}_{\text{Coriolis}}^{\parallel}} + \underbrace{(-2 \cdot m \cdot \underline{\omega}_2 \times \underline{v})}_{\underline{F}_{\text{Coriolis}}^{\perp}}$$



1.

$\underline{F}_{\text{Coriolis}}^{\perp}$  : a földfelszínre merőleges erőkomponens

$$\underline{\omega}_2 \text{ és } \underline{v} \text{ merőlegesek egymásra } \rightarrow F_{\text{Coriolis}}^{\perp} = 2 \cdot m \cdot \omega_2 \cdot v = 2 \cdot m \cdot \omega \cdot \cos \psi \cdot v$$

$$F_{\text{Coriolis}}^{\perp} = 2 \cdot 425 \cdot 10^3 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \cdot \cos 47^\circ \cdot 72,22 = 3052 \text{ [N]}$$

$$\text{vagy: } \underline{F}_{\text{Coriolis}}^{\perp} = -2 \cdot m \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \cdot \cos \psi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \cdot m \cdot \omega \cdot \cos \psi \cdot v \\ 0 \end{bmatrix}_{\xi, \eta, \zeta} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3052 \\ 0 \end{bmatrix}_{\xi, \eta, \zeta} \text{ [N]}$$

a földfelszínre merőlegesen **fölfelé** mutató erőkomponens  $\rightarrow$  **csökkenti** a súlyt

$$\Delta G = 3052 \text{ [N]}$$

2.

$\underline{F}_{\text{Coriolis}}^{\parallel}$  : a Föld felszínével párhuzamos,  $\text{É} \rightarrow \text{D}$  irányú erőkomponens

$$\underline{\omega}_1 \text{ és } \underline{v} \text{ merőlegesek egymásra } \rightarrow F_{\text{Coriolis}}^{\parallel} = 2 \cdot m \cdot \omega_1 \cdot v = 2 \cdot m \cdot \omega \cdot \sin \psi \cdot v$$

$$F_{\text{Coriolis}}^{\parallel} = 2 \cdot 425 \cdot 10^3 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \cdot \sin 47^\circ \cdot 72,22 = 3273 \text{ [N]}$$

$$\text{vagy: } \underline{F}_{\text{Coriolis}}^{\parallel} = -2 \cdot m \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \omega \cdot \sin \psi \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \cdot m \cdot \omega \cdot \sin \psi \cdot v \end{bmatrix}_{\xi, \eta, \zeta} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -3273 \end{bmatrix}_{\xi, \eta, \zeta} \text{ [N]}$$

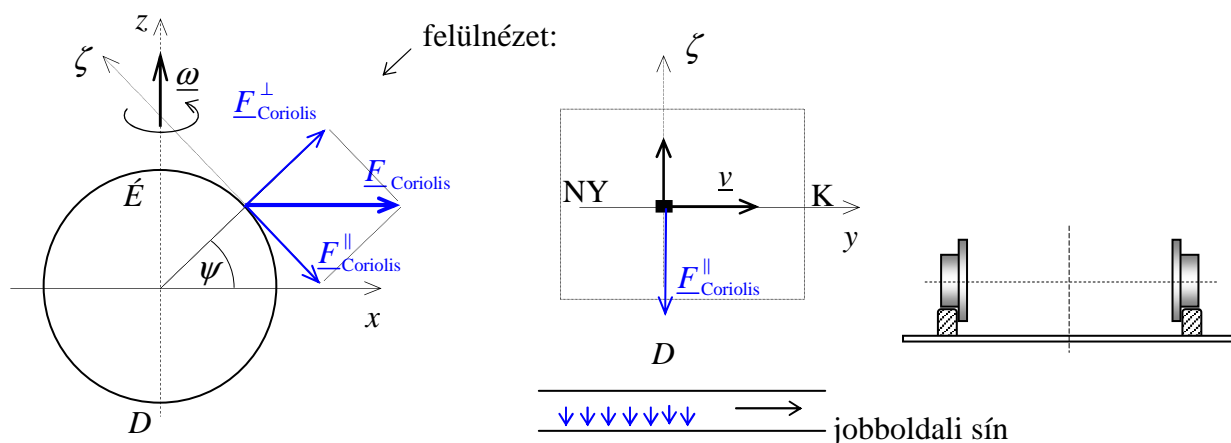
A vonatra déli irányban hat a Coriolis erő, ezért a kerekek **a jobboldali sín belső oldalát** nyomják. (az adott módon modellezett kerék-sín kapcsolat esetén)

## Másképp:

Nem bontjuk fel a szögsebességet földfelszínre merőleges és azzal párhuzamos komponensek összegére, hanem először kiszámítjuk a Coriolis erőt, és azt bontjuk fel földfelszínre merőleges és azzal párhuzamos komponensek összegére, majd értelmezzük a fizikai jelentésüket.

$$\underline{F}_{\text{Coriolis}} = -2 \cdot m \cdot \underline{\omega} \times \underline{v} = -2 \cdot m \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ v \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \cdot m \cdot \omega \cdot v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{x,y,z}$$

$$\underline{F}_{\text{Coriolis}} = \begin{bmatrix} 2 \cdot 425 \cdot 10^3 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \cdot 72,22 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4475,11 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [\text{N}]$$



$$F_{\text{Coriolis}}^{\perp} = F_{\text{Coriolis}} \cdot \cos \psi = 4475,11 \cdot \cos 47^{\circ} = 3052 [\text{N}]$$

**csökkenti a súlyt, mert** a Föld felszínére merőlegesen, a Földből „kifelé” mutat, míg a súly „befelé”.

$$F_{\text{Coriolis}}^{\parallel} = F_{\text{Coriolis}} \cdot \sin \psi = 4475,11 \cdot \sin 47^{\circ} = 3273 [\text{N}]$$

Dél felé „nyomja” a vonatot, a vonat kerekei pedig a sínt: a **jobboldali sín belső oldalát**.

### 3.

#### **Eötvös Loránd** 1848-1919

Magyar fizikus, tudós, pedagógus, művelődéspolitikus, a nemzetközi tudományos közvélemény a "fizika fejedelmének" tekinti.

#### **A teljesség igénye nélkül néhány adat a tevékenységéről:**

A pesti tudományegyetem tanára 1871-től, rektora 1891-től

A Magyar Tudományos Akadémia tagja 1873-tól, majd elnöke 1889-1905

Vallás- és közoktatásügyi miniszter 1894-95

A mai Eötvös Loránd Fizikai Társulat elődjének alapítója 1891

Az édesapjáról, Eötvös Józsefről elnevezett Eötvös Kollégium alapítója 1895 (az *École Normale Supérieure* mintájára létrehozott intézmény)

Nevét 1949 óta viseli a budapesti tudományegyetem (ELTE)

#### **Testek mozgásával, és dinamikával összefüggő főbb felfedezései, eredményei, azok jelentősége:**

A róla elnevezett torziós inga.

A gravitációs erőter helytől való függését kutatta, geodéziai és geofizikai célokra alkalmas műszert készített. Segítségével kísérletileg kimutatta a súlyos és a tehetetlen tömeg azonosságát. (1890.)

A kétféle tömeg azonossága az általános relativitáselmélet egyik alappillére, erre épül az ekvivalencia elv.

A róla elnevezett Eötvös hatás.

A Földön Kelet-Nyugat irányban mozgó testeknek a Föld forgása miatt fellépő Coriolis erő miatti látszólagos súlyváltozása. Ez a Föld forgásának egy kísérleti bizonyítéka.

Lásd még:

<http://www.elgi.hu/museum/>

<http://www.kfki.hu/elft/>