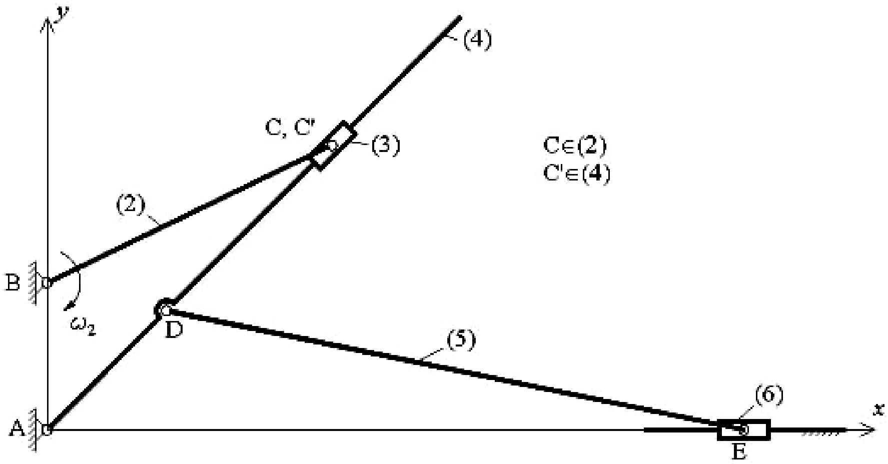
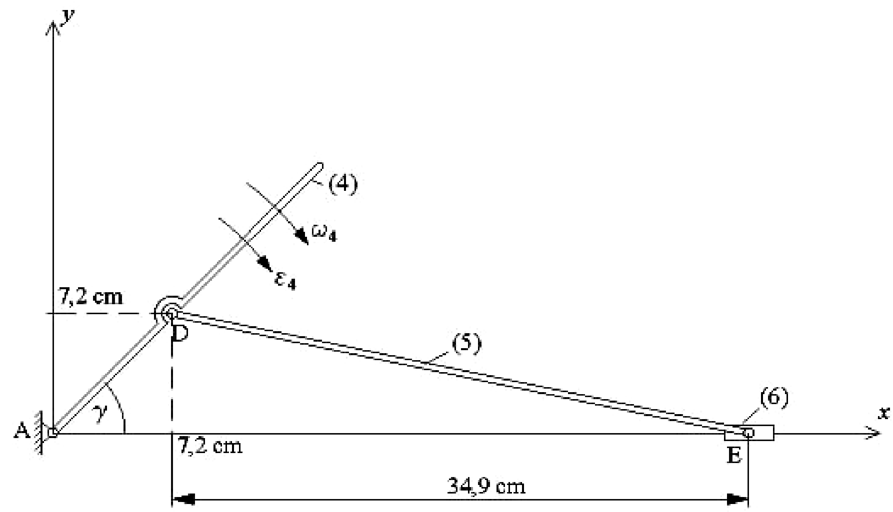
HÁZI FELADAT – MEGOLDÁSI SEGÉDLET
Merev test „relatív” kinematika
Quick-return mechanizmus - a harántgyalu modellje

1.



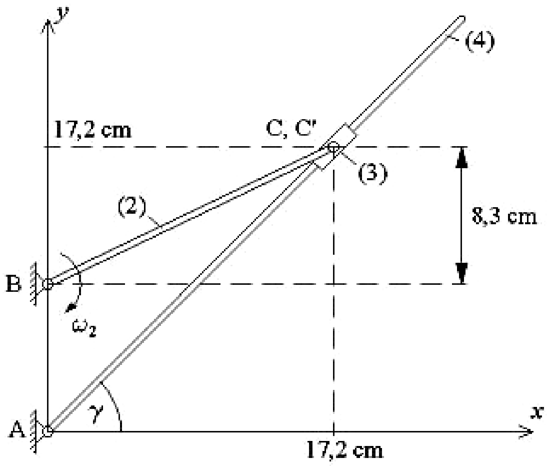
2.

H ismert ω_4, ε_4, akkor a (4)-(5)-(6) tagokból álló egyszerű forgattyús mechanizmussal van dolgunk:



$$\mathbf{r}_{AD} = \begin{bmatrix} 7{,}2 \\ 7{,}2 \\ 0 \end{bmatrix} \text{[cm]}, \quad \mathbf{r}_{DE} = \begin{bmatrix} 34{,}9 \\ -7{,}2 \\ 0 \end{bmatrix} \text{[cm]}$$

I. ω_4, ε_4 meghatározása:



$$\omega_2 = n \cdot \frac{2\pi}{60} = 31{,}415 \text{ [rad/s] állandó}$$

$$\boldsymbol{\omega}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -31{,}415 \end{bmatrix} \text{[rad/s]}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_2 = \mathbf{0}$$

C pont koordinátáinak és $\mathbf{r}_{AC}$ $\mathbf{r}_{BC}$ helyvektorok meghatározása:

$$\mathbf{r}_{AC} = \begin{bmatrix} 17{,}2 \\ 17{,}2 \\ 0 \end{bmatrix} \text{[cm]}, \quad \mathbf{r}_{BC} = \begin{bmatrix} 17{,}2 \\ 8{,}3 \\ 0 \end{bmatrix} \text{[cm]}$$

1. lépés: $C' \in (4)$ (mint *(4)*-es rúdon levő pont) sebessége és gyorsulása, az álló vonatkoztatási rendszerben:
($\mathbf{v}_{C'}$ és $\mathbf{a}_{C'}$ kifejezhető az ismeretlen mozgásállapotú *(4)*-es tagról)

$$\mathbf{v}_{C'} = \mathbf{v}_A + \boldsymbol{\omega}_4 \times \mathbf{r}_{AC} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 17{,}2 \\ 17{,}2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -17{,}2 \cdot \omega_4 \\ 17{,}2 \cdot \omega_4 \\ 0 \end{bmatrix} \text{[m/s]}$$

$$\mathbf{a}_{C'} = \mathbf{a}_A + \boldsymbol{\varepsilon}_4 \times \mathbf{r}_{AC} - \omega_4^2 \cdot \mathbf{r}_{AC} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon_4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 17{,}2 \\ 17{,}2 \\ 0 \end{bmatrix} - \omega_4^2 \cdot \begin{bmatrix} 17{,}2 \\ 17{,}2 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -17{,}2 \cdot \varepsilon_4 - 17{,}2 \cdot \omega_4^2 \\ 17{,}2 \cdot \varepsilon_4 - 17{,}2 \cdot \omega_4^2 \\ 0 \end{bmatrix} \text{[m/s}^2\text{]}$$

2. lépés: $C' \in (4)$ pont „relatív” sebessége és gyorsulása, a *(3)*-as csúszkához kötött vonatkoztatási rendszerben:
a csúszka, mint vonatkoztatási rendszer: $\Omega \equiv C \in (3)$

$\omega_3 = \omega_4$, $\varepsilon_3 = \varepsilon_4$, (a csúszka együtt forog a *(4)*-es rúddal)

$$\boldsymbol{\beta}_{C'} = \beta_{C'} \cdot \begin{bmatrix} \cos\gamma \\ \sin\gamma \\ 0 \end{bmatrix} = \beta_{C'} \cdot \begin{bmatrix} 0{,}71 \\ 0{,}71 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{C'} = \alpha_{C'} \cdot \begin{bmatrix} 0{,}71 \\ 0{,}71 \\ 0 \end{bmatrix}$$

nagyságuk ismeretlen, irányuk rúdirányú (a kényszer miatt)

3. lépés: $C \in (2),(3)$ (mint a *(2)*-es rúdon és a csúszkán levő pont) sebessége és gyorsulása
($\mathbf{v}_C$ és $\mathbf{a}_C$ számítható az ismert mozgásállapotú *(2)*-es tagról)

$$\mathbf{v}_C = \mathbf{v}_B + \boldsymbol{\omega}_2 \times \mathbf{r}_{BC} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -31{,}415 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 17{,}2 \\ 8{,}3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 260{,}8 \\ -540{,}4 \\ 0 \end{bmatrix} \; [\mathrm{cm/s}]$$

$$\mathbf{a}_C = \mathbf{a}_B + \boldsymbol{\varepsilon}_2 \times \mathbf{r}_{BC} - \omega_2^2 \cdot \mathbf{r}_{BC} = -31{,}415^2 \cdot \begin{bmatrix} 17{,}2 \\ 8{,}3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -16975{,}6 \\ -8192{,}7 \\ 0 \end{bmatrix} \; [\mathrm{cm/s^2}]$$

4. lépés: kapcsolat a $C' \in (4)$ pontnak az álló és a mozgó vonatkoztatási rendszerbeli sebességei ill. gyorsulásai között:

$$\mathbf{v}_{C'} = \boldsymbol{\beta}_{C'} + \mathbf{v}_{sz}$$

$$\mathbf{v}_{sz} = \mathbf{v}_C + \boldsymbol{\omega}_3 \times \boldsymbol{\rho}_{CC} = \mathbf{v}_C + \boldsymbol{\omega}_3 \times \mathbf{0} = \mathbf{v}_C$$

$$\mathbf{v}_{C'} = \boldsymbol{\beta}_{C'} + \mathbf{v}_C \qquad (1)$$

$$\mathbf{a}_{C'} = \boldsymbol{\alpha}_{C'} + \mathbf{a}_{sz} + \mathbf{a}_{cor}$$

$$\mathbf{a}_{sz} = \mathbf{a}_C + \boldsymbol{\varepsilon}_3 \times \boldsymbol{\rho}_{CC} - \omega_3^2 \cdot \boldsymbol{\rho}_{CC} = \mathbf{a}_C + \boldsymbol{\varepsilon}_3 \times \mathbf{0} - \omega_3^2 \cdot \mathbf{0} = \mathbf{a}_C$$

$$\mathbf{a}_{cor} = 2 \cdot \boldsymbol{\omega}_3 \times \boldsymbol{\beta}_{C'} = 2 \cdot \boldsymbol{\omega}_4 \times \boldsymbol{\beta}_{C'} = 2 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_4 \end{bmatrix} \times \beta_{C'} \cdot \begin{bmatrix} 0{,}71 \\ 0{,}71 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a}_{C'} = \boldsymbol{\alpha}_{C'} + \mathbf{a}_{C'} + 2 \cdot \boldsymbol{\omega}_4 \times \boldsymbol{\beta}_{C'} \quad (2)$$

Behelyettesítjük a megfelelő sebességeket és gyorsulásokat az (1)-es és (2)-es egyenletekbe:

$$(1): \quad \begin{bmatrix} -17{,}2\cdot\omega_4 \\ 17{,}2\cdot\omega_4 \\ 0 \end{bmatrix} = \beta_{C'}\cdot\begin{bmatrix} 0{,}71 \\ 0{,}71 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 260{,}8 \\ -540{,}4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned} -17{,}2\cdot\omega_4 &= 0{,}71\cdot\beta_{C'} + 260{,}8 \\ 17{,}2\cdot\omega_4 &= 0{,}71\cdot\beta_{C'} - 540{,}4 \end{aligned}\right\}$$

$$\rightarrow \quad \omega_4 = -23{,}3 \text{ [rad / s]}, \ \beta_{C'} = 196{,}9 \text{ [cm / s]}$$

$$(2): \quad \begin{bmatrix} -17{,}2\cdot\varepsilon_4 - 17{,}2\cdot\omega_4^2 \\ 17{,}2\cdot\varepsilon_4 - 17{,}2\cdot\omega_4^2 \\ 0 \end{bmatrix} = \alpha_{C'}\cdot\begin{bmatrix} 0{,}71 \\ 0{,}71 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -16975{,}6 \\ -8192{,}7 \\ 0 \end{bmatrix} + 2\cdot\beta_{C'}\cdot\begin{bmatrix} -0{,}71\cdot\omega_4 \\ 0{,}71\cdot\omega_4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned} 17{,}2\cdot\varepsilon_4 + 0{,}71\cdot\alpha_{C'} &= 1123{,}26 \\ 17{,}2\cdot\varepsilon_4 - 0{,}71\cdot\alpha_{C'} &= -5369{,}63 \end{aligned}\right\}$$

$$\rightarrow \quad \varepsilon_4 = -123{,}2 \text{ [rad / s}^2\text{]}, \ \alpha_{C'} = 4572{,}5 \text{ [cm / s}^2\text{]}$$

$$\underline{\underline{\boldsymbol{\omega}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -23{,}3 \end{bmatrix} \text{ [rad / s]}}}, \ \underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -123{,}2 \end{bmatrix} \text{ [rad / s}^2\text{]}}}$$

II. <u>Az *A-D-E* forgattyús mechanizmus vizsgálata:</u>

1. lépés: $D \in (4)$, az ismert mozgásállapotú *(4)*-es rúd pontja:

$$\mathbf{v}_D = \mathbf{v}_A + \boldsymbol{\omega}_4 \times \mathbf{r}_{AD} = \mathbf{0} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -23{,}3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 7{,}2 \\ 7{,}2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 167{,}9 \\ -167{,}9 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ [cm / s]}$$

$$\mathbf{a}_D = \mathbf{a}_A + \boldsymbol{\varepsilon}_4 \times \mathbf{r}_{AD} - \omega_4^2\cdot\mathbf{r}_{AD} = \mathbf{0} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -123{,}2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 7{,}2 \\ 7{,}2 \\ 0 \end{bmatrix} - 23{,}3^2\cdot\begin{bmatrix} 7{,}2 \\ 7{,}2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3022{,}5 \\ -4799{,}5 \\ \end{bmatrix} \text{ [cm / s}^2\text{]}$$

2. lépés: $\mathbf{v}_E,\ \mathbf{a}_E \parallel x$ a kényszerkapcsolat miatt, vagyis

$$\mathbf{v}_E = \begin{bmatrix} v_E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\quad \mathbf{a}_E = \begin{bmatrix} a_E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3. lépés: Az *(5)*-ös rúd *D* és *E* pontjának sebességei és gyorsulásai közötti kapcsolat:

$$\mathbf{v}_D = \mathbf{v}_E + \boldsymbol{\omega}_5 \times \mathbf{r}_{ED}$$

$$\begin{bmatrix} 167{,}9 \\ -167{,}9 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -34{,}9 \\ 7{,}2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_E - 7{,}2 \cdot \omega_5 \\ -34{,}9 \cdot \omega_5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \quad \omega_5 = 4{,}8\ [\mathrm{rad/s}],\quad v_E = 202{,}5\ [\mathrm{cm/s}]$$

$$\mathbf{a}_D = \mathbf{a}_E + \boldsymbol{\varepsilon}_5 \times \mathbf{r}_{ED} - \omega_5^2 \cdot \mathbf{r}_{ED}$$

$$\begin{bmatrix} -3022{,}5 \\ -4799{,}5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon_5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -34{,}9 \\ 7{,}2 \\ 0 \end{bmatrix} - 4{,}8^2 \cdot \begin{bmatrix} -34{,}9 \\ 7{,}2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_E - 7{,}2 \cdot \varepsilon_5 + 804{,}1 \\ -34{,}9 \cdot \varepsilon_5 - 165{,}9 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \quad \varepsilon_5 = 132{,}8\ [\mathrm{rad/s^2}],\quad a_E = -2870{,}7\ [\mathrm{cm/s^2}]$$

$$\boldsymbol{\omega}_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 4{,}8 \end{bmatrix} [\mathrm{rad/s}],\quad \mathbf{v}_E = \begin{bmatrix} 202{,}5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [\mathrm{cm/s}]$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 132{,}8 \end{bmatrix} [\mathrm{rad/s^2}],\quad \mathbf{a}_E = \begin{bmatrix} -2870{,}7 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [\mathrm{cm/s^2}]$$