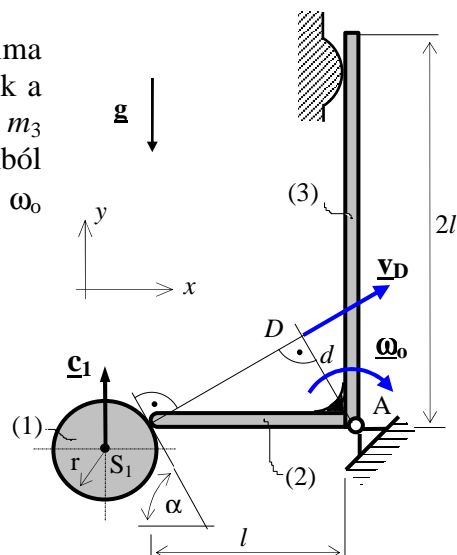


ÜTKÖZÉS 1. példa:

Az ábrán vázolt r sugarú, m_1 tömegű, homogén tömegeloszlású sima felületű korong a $t_0 = 0$ időpillanatban $\underline{c}_1 = c_1 \underline{j}$ sebességgel nekiütközik a nyugalomban (egyensúlyban) levő $-m_2$ tömegű, l hosszúságú, valamint m_3 tömegű, $2l$ hosszúságú – homogén tömegeloszlású prizmatikus rúdakkból álló „L” alakú merev testnek. E test az ütközés hatására – ismert – ω_0 kezdeti szögsebességgel mozgásnak indul a **függőleges** síkban.

Adatok:	$m_1 = 8$ [kg]	$\alpha = 60^\circ$
	$m_2 = 2$ [kg]	$k = 0,6$ (ütközési tényező)
	$m_3 = 4$ [kg]	$\omega_0 = 4$ [rad/s]
	$l = 0,4$ [m]	$g \approx 9,81$ [m/s ²]



Feladat :

- 1.) Írja le, hogy milyen feltételek mellett vizsgáltuk testek ütközését!
- 2.) Határozza meg, hogy mekkora az m_1 tömegű test ütközés előtti sebessége ($c_1 = ?$)!
(Rajzolja meg az ütközési feladat MAXWELL-ábráját!)
- 3.) a.) Ismertesse a munka-tételt merev testre!
b.) 180°-os szögelfordulás után mekkora lesz az „L” alakú merev test szögsebessége ($\omega_f = ?$)

- 1.) Írja le, hogy milyen feltételek mellett vizsgáltuk testek ütközését!

- Az ütköző testeket merevnek tekintjük, de az ütközési pont környezetében valamilyen mértékben rugalmasnak,
- az ütközés igen rövid idő alatt játszódik le,
- a rövid ideig tartó érintkezés alatt a testek helyzetében nem következnek be változások,
- az ütközés következtében fellépő erők mellett – az ütközés időtartama alatt – a többi erő elhanyagolható,
- a súrlódást elhanyagoljuk.

- 2.) Határozza meg, hogy mekkora az m_1 tömegű test ütközés előtti sebessége ($c_1 = ?$)!

$$m_D = \frac{\Theta_a}{d^2}$$

$$\Theta_a = \Theta_{a2} + \Theta_{a3} = \frac{1}{3} m_2 l^2 + \frac{1}{3} m_3 (2l)^2 = \frac{1}{3} 2 \cdot 0,4^2 + \frac{1}{3} 4 \cdot 4 \cdot 0,4^2 = \frac{1}{3} 2 \cdot 0,4^2 (1+8) = 0,96 \text{ [kgm}^2\text{]}$$

$$\Theta_a = 0,96 \text{ [kgm}^2\text{]}$$

$$d = l \sin 30^\circ = \frac{l}{2} = 0,2 \text{ [m]}$$

$$m_D = \frac{\Theta_a}{d^2} = \frac{0,96}{0,4} = 24 \text{ [kg]} \quad \boxed{m_D = 24 \text{ [kg]}}$$

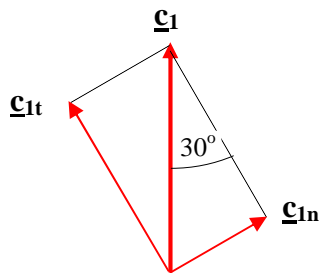
$$\boxed{\begin{array}{l} v_D = v_{Dn} = \omega_0 d = 4 \cdot 0,2 = 0,8 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \\ c_D = 0 \end{array}}$$

$$\underline{c}_S = \underline{v}_S = \frac{\underline{c}_1 m_1 + \underline{c}_D m_D}{m_1 + m_D} = \underline{c}_1 \frac{m_1}{m_1 + m_D} = \frac{8}{32} \underline{c}_1 = \frac{1}{4} \underline{c}_1$$

$$\boxed{\underline{c}_S = \underline{v}_S = \frac{1}{4} \underline{c}_1}$$

$$\boxed{c_{Sn} = v_{Sn} = \frac{1}{4} c_{1n}}$$

$$v_{Dn} = v_D = c_{Dn} + (1+k)(c_{Sn} - c_{Dn}) = (1+k)c_{Sn} = (1+k)\frac{1}{4}c_{1n} \Rightarrow c_{1n} = \frac{4v_D}{1+k}$$



$$c_1 = \frac{c_{1n}}{\sin 30^\circ} = 2c_{1n} = \frac{8v_D}{1+k} = \frac{8 \cdot 0,8}{1+0,6} = \frac{6,4}{1,6} = 4 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$c_1 = 4 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

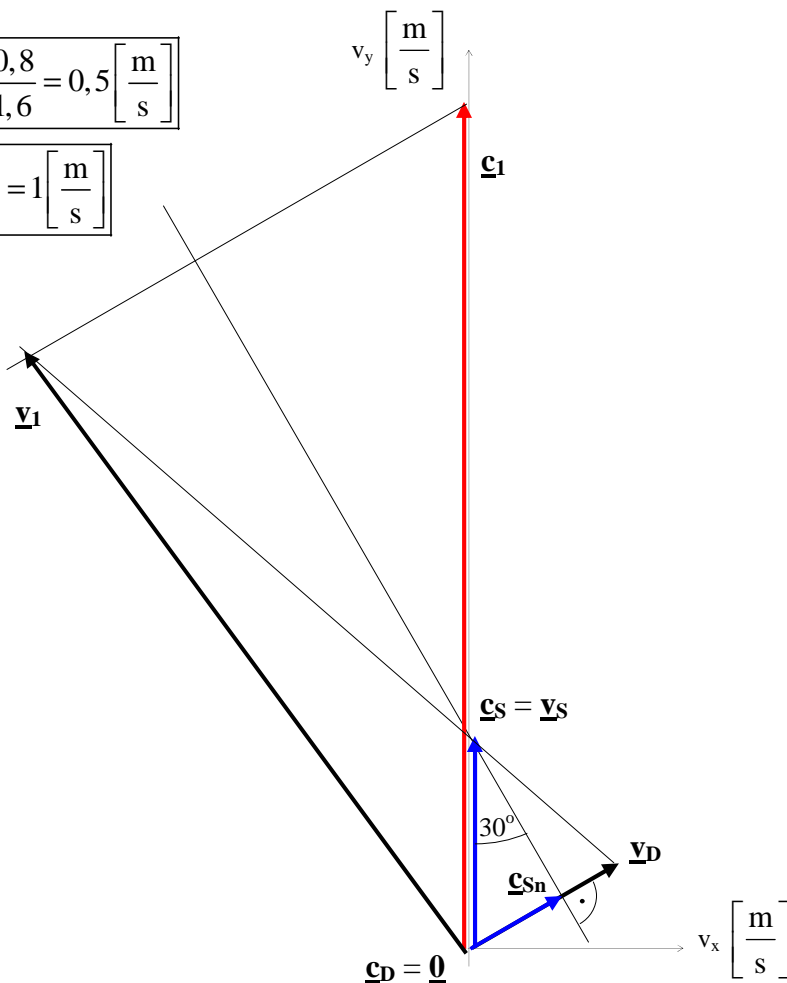
MAXWELL-ábra:

$$v_D = (1+k)c_{Sn} \Rightarrow c_{Sn} = \frac{v_D}{1+k} = \frac{0,8}{1,6} = 0,5 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$c_s = \frac{c_{Sn}}{\sin 30^\circ} = 2c_{Sn} = 1 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$c_s = 1 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$c_1 = 4c_s = 4 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$



3.)a.) Ismertesse a munka-tételt merev testre!

Munkatétel: A merev test kinetikai energiájának $[t_1, t_2]$ időintervallum alatti megváltozása egyenlő a testre ható erőknek a $[t_1, t_2]$ időintervallum alatt végzett munkájával.

b.) 180° -os szögelfordulás után mekkora lesz az „L” alakú merev test szögsebessége ($\omega_f = ?$)

$$\frac{1}{2} \Theta_a (\omega_f^2 - \omega_0^2) = 2m_3 gl$$

$$[t_1, t_2] \Rightarrow [t_0, t_f]$$

$$E_{kin}(t_2) - E_{kin}(t_1) = W_{12}$$

$$\Theta_a (\omega_f^2 - \omega_0^2) = 4m_3 gl \Rightarrow \omega_f^2 = \frac{4m_3 gl}{\Theta_a} + \omega_0^2 = \frac{16 \cdot 9,81 \cdot 0,4}{0,96} + 16 = 65,4 + 16 = 81,4$$

$$\omega_f = 9,02 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$