

ÜTKÖZÉS 3. példa:

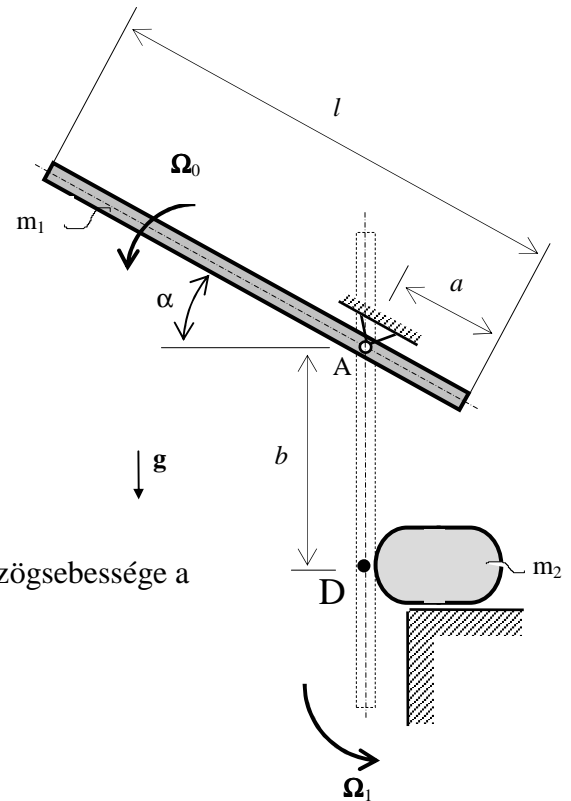
Az ábrán vázolt l hosszúságú, m_1 tömegű homogén tömegeloszlású prizmatikus merev rúd az "A" csuklón átmenő, a rajz síkjára merőleges tengely körül szabadon elfordulhat (a függőleges síkban). Pillanatnyi szögsebessége - az α szöggel jellemzett helyzetben - Ω_0 , majd a függőleges helyzet elérésekor Ω_1 szögsebességgel az m_2 tömegnek ütközik. Az m_2 tömegű test a vázolt kényszeren nyugalomban fekszik. Az ütközési tényező: k .

Adatok:

$m_1 = 10$ [kg]	$\Omega_0 = 10$ [rad/s]
$m_2 = 12,6$ [kg]	$\Omega_1 = 12$ [rad/s]
$l = 1,2$ [m]	$k = 2/3$
$a = 0,3$ [m]	$g \approx 9,81$ [m/s ²]
$b = 0,5$ [m]	

Feladat :

- 1.) Ismertesse a munka-tételt merev testre!
- 2.) Határozza meg, hogy
 - a.) mekkora α szög esetén lesz a rúdnak az ütközés előtti szögsebessége a megadott Ω_1 érték ($\alpha=?$), valamint
 - b.) mekkora lesz az ütközés után
 - az m_2 tömegű test sebessége ($v_2 = ?$),
 - a rúd szögsebessége ($\omega_1 = ?$)!



Megoldás:

- 1.) Ismertesse a munka-tételt merev testre!

$$W_{12} = E_{kin 2} - E_{kin 1},$$

- ahol W_{12} a merev testre ható erőrendszer munkája, miközben a test az „1”-el jelölt

helyzetből a „2”-vel jelölt helyzetbe jut:
$$W_{12} = \sum_{i=1}^n \int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_2} \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{r}_i$$

- $E_{kin 2}$ a test kinetikus energiája a „2”-vel jelölt helyzetben
- $E_{kin 1}$ a test kinetikus energiája a „1”-el jelölt helyzetben

$$E_{kin} = \frac{1}{2} (\mathbf{v}_S \cdot \mathbf{I} + \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{\Pi}_S) \quad \text{vagy} \quad E_{kin} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{\Pi}_A, \quad \text{ha} \quad \mathbf{v}_A = \mathbf{0}$$

$$2.) a.) W_{01} = E_{kin1} - E_{kin0}$$

$$W_{01} = m_1 g \left(\frac{l}{2} - a \right) (1 + \sin \alpha) \approx 10 \cdot 9,81 \cdot 0,3 (1 + \sin \alpha) \approx 29,43 (1 + \sin \alpha)$$

$$E_{kin1} = \frac{1}{2} \Theta_a \Omega_1^2 \quad \text{és} \quad E_{kin0} = \frac{1}{2} \Theta_a \Omega_0^2$$

$$\Theta_a = \frac{1}{12} m_1 l^2 + m_1 \left(\frac{l}{2} - a \right)^2 \quad \boxed{\Theta_a = 2,1 \text{ [kgm}^2\text{]}}$$

$$\boxed{E_{kin1} = \frac{1}{2} \cdot 2,1 \cdot 12^2 = 151,2 \text{ [J]}}$$

$$\boxed{E_{kin0} = \frac{1}{2} \Theta_a \Omega_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 2,1 \cdot 10^2 = 105 \text{ [J]}}$$

$$29,43 (1 + \sin \alpha) \approx 46,2$$

$$1 + \sin \alpha \approx 1,5698$$

$$\boxed{\alpha \approx 34,74^\circ}$$

2.) b.)

$$\boxed{m_D = m_r = \frac{\Theta_a}{b^2} = \frac{2,1}{0,5^2} = 8,4 \text{ [kg]}}$$

$$\boxed{c_D = b \cdot \Omega_1 = 0,5 \cdot 12 = 6 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]}$$

$$\boxed{\underline{v}_S = \underline{c}_S = \frac{m_r \cdot c_D}{m_r + m_2} = \frac{8,4 \cdot 6}{8,4 + 12,6} = 2,4 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]}$$