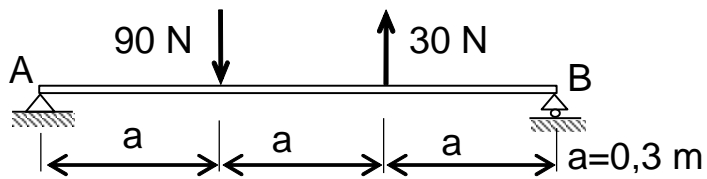
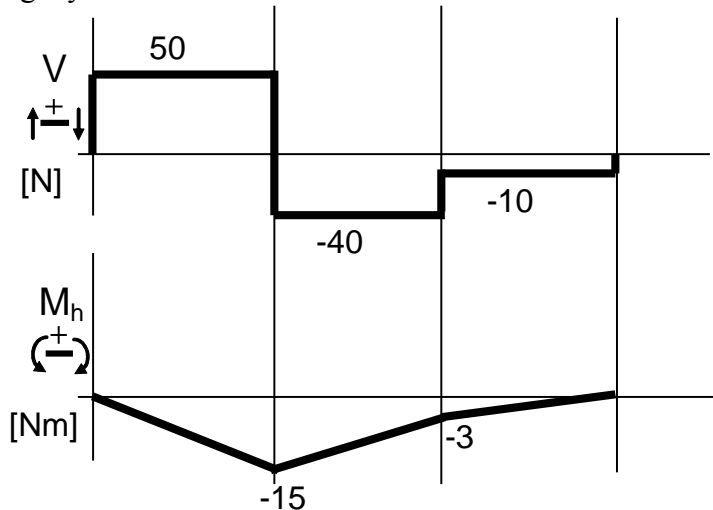


Megjegyzés: A reakcióerőket minden esetben pozitívnak feltételeztük.

1. példa



Igénybevételi ábrák:



Statikai egyensúlyi egyenletek:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 : & \quad A_x = 0 \\ \sum F_y = 0 : & \quad A_y - 90 + 30 + B_y = 0 \\ \sum M_A = 0 : & \quad -90a + 30 \cdot 2a + B_y 3a = 0 \end{aligned}$$

Reakcióerők:

$$\begin{aligned} A_x &= 0 \text{ [N]} \\ A_y &= 50 \text{ [N]} \quad (\uparrow) \\ B_y &= 10 \text{ [N]} \quad (\uparrow) \end{aligned}$$

Igénybevételi függvények

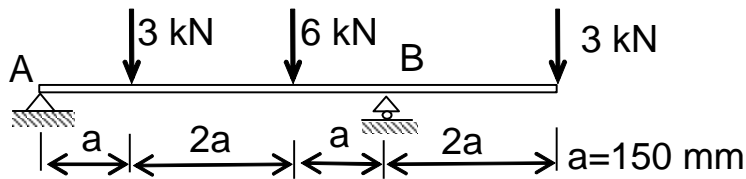
Nyíró igénybevétel:

$$\begin{aligned} V_1(x) &= A_y = 50 \text{ [N]} & 0 < x < a \\ V_2(x) &= A_y - 90 = -40 \text{ [N]} & a < x < 2a \\ V_3(x) &= A_y - 90 + 30 = -10 \text{ [N]} & 2a < x < 3a \end{aligned}$$

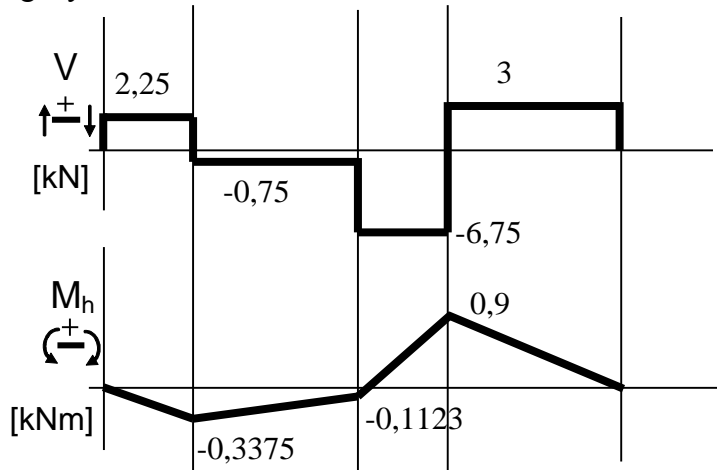
Hajlító igénybevétel:

$$\begin{aligned} M_{h,1}(x) &= -A_y x & 0 < x < a \\ M_{h,2}(x) &= -A_y x + 90(x - a) & a < x < 2a \\ M_{h,3}(x) &= -A_y x + 90(x - a) - 30(x - 2a) & 2a < x < 3a \end{aligned}$$

2. példa



Igénybevételi ábrák:



Statikai egyensúlyi egyenletek:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 : & \quad A_x = 0 \\ \sum F_y = 0 : & \quad A_y - 3 - 6 + B_y - 3 = 0 \\ \sum M_A = 0 : & \quad -3a - 6 \cdot 3a + B_y 4a - 3 \cdot 6a = 0 \end{aligned}$$

Reakcióerők:

$$\begin{aligned} A_x &= 0 \text{ [kN]} \\ A_y &= 2,25 \text{ [kN]} \quad (\uparrow) \\ B_y &= 9,75 \text{ [kN]} \quad (\uparrow) \end{aligned}$$

Igénybevételi függvények

Nyíró igénybevétel:

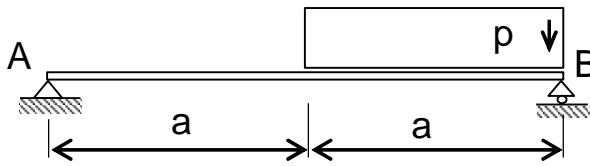
$$\begin{aligned} V_1(x) &= A_y = 2,25 \text{ [kN]} & 0 < x < a \\ V_2(x) &= A_y - 3 = -0,75 \text{ [kN]} & a < x < 3a \\ V_3(x) &= A_y - 3 - 6 = -6,75 \text{ [kN]} & 3a < x < 4a \\ V_4(x) &= A_y - 3 - 6 + B_y = 3 \text{ [kN]} & 4a < x < 6a \end{aligned}$$

Hajlító igénybevétel:

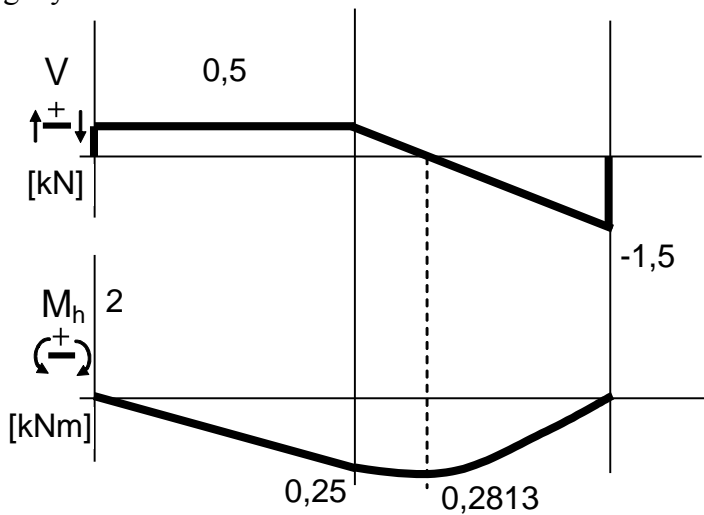
$$\begin{aligned} M_{h,1}(x) &= -A_y x & 0 < x < a \\ M_{h,2}(x) &= -A_y x + 3(x - a) & a < x < 3a \\ M_{h,3}(x) &= -A_y x + 3(x - a) + 6(x - 3a) & 3a < x < 4a \\ M_{h,4}(x) &= -A_y x + 3(x - a) + 6(x - 3a) - B_y(x - 4a) & 4a < x < 6a \end{aligned}$$

3. példa

$$p = 4 \text{ kN/m}, \quad a = 0,5 \text{ m}.$$



Igénybevételi ábrák:



Statikai egyensúlyi egyenletek:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0: & \quad A_x = 0 \\ \sum F_y = 0: & \quad A_y - pa + B_y = 0 \\ \sum M_A = 0: & \quad -pa \cdot 1,5a + B_y \cdot 2a = 0 \end{aligned}$$

Reakcióerők:

$$\begin{aligned} A_x &= 0 \text{ [kN]} \\ A_y &= 0,5 \text{ [kN]} \quad (\uparrow) \\ B_y &= 1,5 \text{ [kN]} \quad (\uparrow) \end{aligned}$$

Igénybevételi függvények

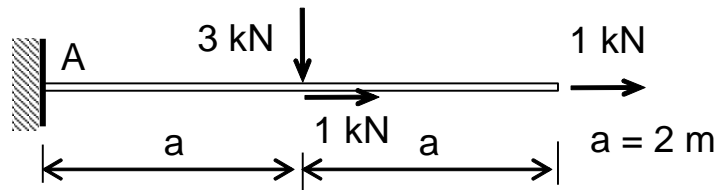
Nyíró igénybevétel:

$$\begin{aligned} V_1(x) &= A_y = 0,5 \text{ [kN]} & 0 < x < a \\ V_2(x) &= A_y - p(x - a) & a < x < 2a \end{aligned}$$

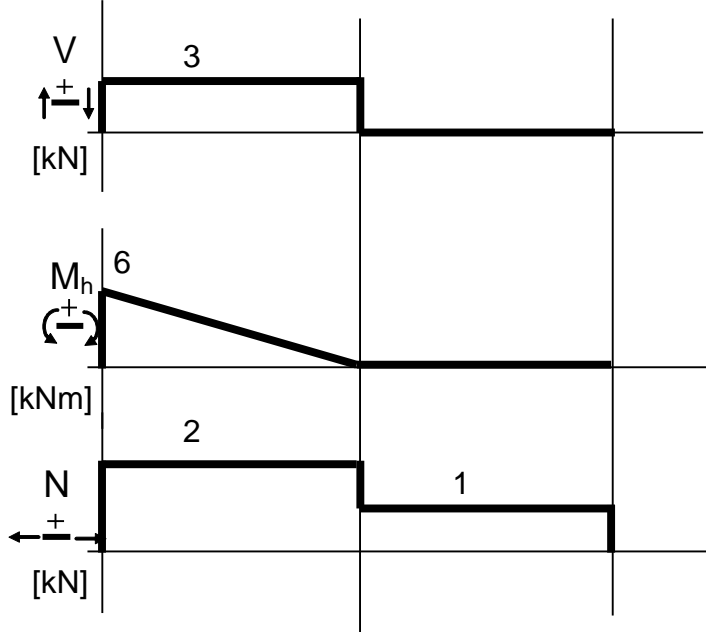
Hajlító igénybevétel:

$$\begin{aligned} M_{h,1}(x) &= -A_y x & 0 < x < a \\ M_{h,2}(x) &= -A_y x + \frac{1}{2} p(x - a)^2 & a < x < 2a \end{aligned}$$

4. példa



Igénybevételi ábrák:



Statikai egyensúlyi egyenletek:

$$\sum F_x = 0 : \quad A_x + 1 + 1 = 0$$

$$\sum F_y = 0 : \quad A_y - 3 = 0$$

$$\sum M_A = 0 : \quad M_A - 3a = 0$$

Reakcióerők:

$$A_x = -2 \text{ [kN]} \quad (\leftarrow)$$

$$A_y = 3 \text{ [kN]} \quad (\uparrow)$$

$$M_A = 6 \text{ [kNm]} \quad \curvearrowleft$$

Igénybevételi függvények

Nyíró igénybevétel:

$$V_1(x) = A_y = 3 \text{ [kN]} \quad 0 < x < a$$

$$V_2(x) = A_y - 3 = 0 \text{ [kN]} \quad a < x < 2a$$

Hajlító igénybevétel:

$$M_{h,1}(x) = M_A - A_y x \quad 0 < x < a$$

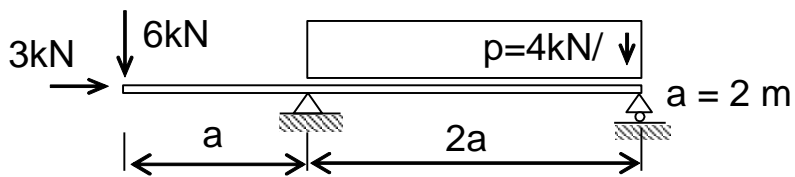
$$M_{h,2}(x) = M_A - A_y x + 3(x - a) = 0 \text{ [kNm]} \quad a < x < 2a$$

Normál igénybevétel:

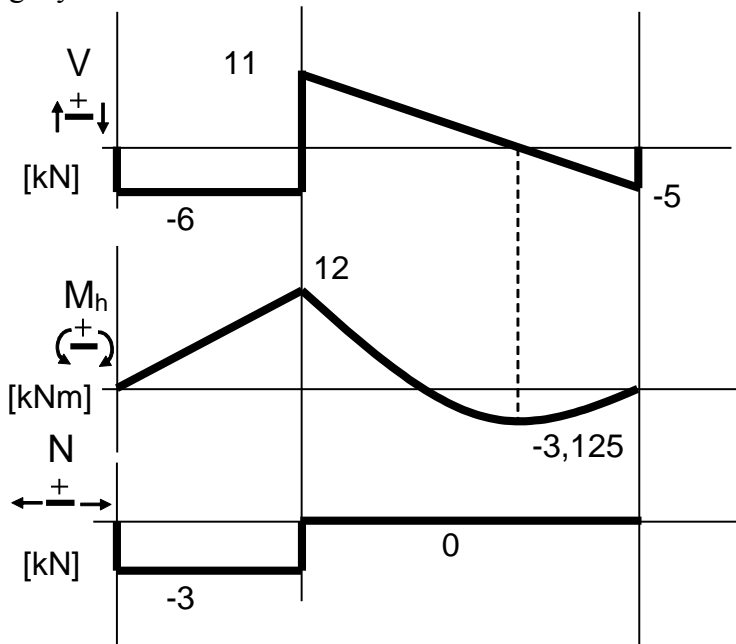
$$N_1(x) = -A_x = 2 \text{ [kN]} \quad 0 < x < a$$

$$N_2(x) = -A_x - 1 = 1 \text{ [kN]} \quad a < x < 2a$$

5. példa



Igénybevételi ábrák:



Statikai egyensúlyi egyenletek:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 : \quad & A_x + 3 = 0 \\ \sum F_y = 0 : \quad & -6 + A_y - p2a + B_y = 0 \\ \sum M_A = 0 : \quad & 6a - p2a \cdot a + B_y2a = 0 \end{aligned}$$

Reakcióerők:

$$\begin{aligned} A_x &= -3 \text{ [kN]} \quad (\leftarrow) \\ A_y &= 17 \text{ [kN]} \quad (\uparrow) \\ B_y &= 5 \text{ [kN]} \quad (\uparrow) \end{aligned}$$

Igénybevételi függvények

Nyíró igénybevétel:

$$\begin{aligned} V_1(x) &= -6 \text{ [kN]} & 0 < x < a \\ V_2(x) &= -6 + A_y - p(x - a) \text{ [kN]} & a < x < 3a \end{aligned}$$

Hajlító igénybevétel:

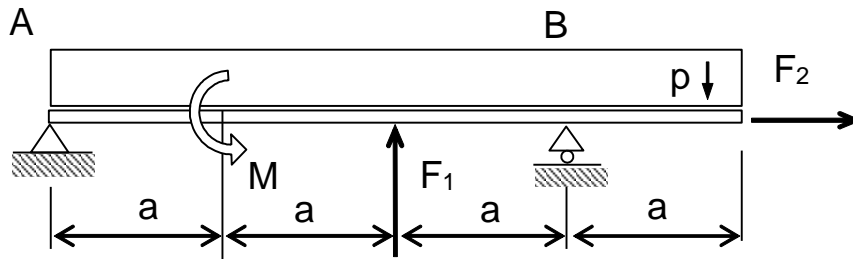
$$\begin{aligned} M_{h,1}(x) &= 6x & 0 < x < a \\ M_{h,2}(x) &= 6x - A_y(x - a) + \frac{1}{2}p(x - a)^2 & a < x < 3a \end{aligned}$$

Normál igénybevétel:

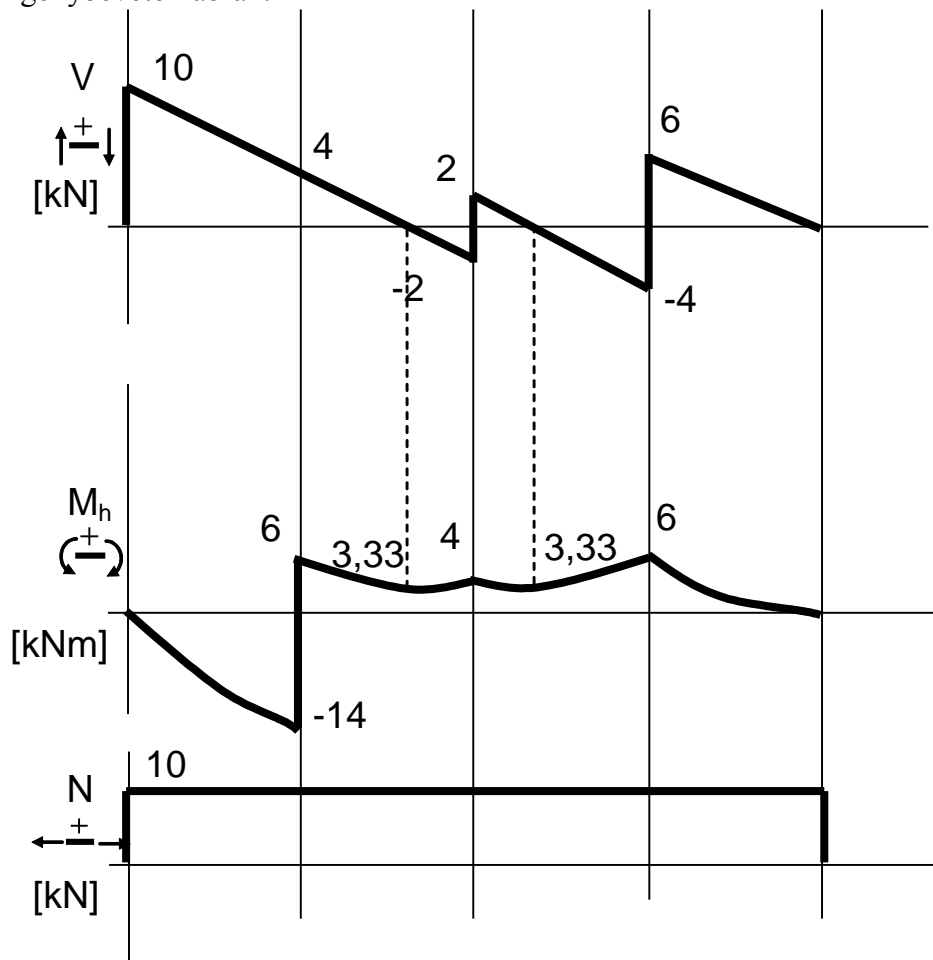
$$\begin{aligned} N_1(x) &= -3 \text{ [kN]} & 0 < x < a \\ N_2(x) &= -3 - A_x = 0 \text{ [kN]} & a < x < 3a \end{aligned}$$

6. példa

$$a = 2 \text{ m}, \quad F_1 = 4 \text{ kN}, \quad F_2 = 10 \text{ kN}, \quad M = 20 \text{ kNm}, \quad p = 3 \text{ kN/m}.$$



Igénybevételi ábrák:



Statikai egyensúlyi egyenletek:

$$\sum F_x = 0: \quad A_x + F_2 = 0$$

$$\sum F_y = 0: \quad A_y - p4a + F_1 + B_y = 0$$

$$\sum M_A = 0: \quad M - p4a \cdot 2a + F_1 2a + B_y 3a = 0$$

Reakcióerők:

$$A_x = -10 \text{ [kN]} \quad (\leftarrow)$$

$$A_y = 10 \text{ [kN]} \quad (\uparrow)$$

$$B_y = 10 \text{ [kN]} \quad (\uparrow)$$

Igénybevételi függvények

Nyíró igénybevétel:

$$V_1(x) = A_y - px$$

$$0 < x < a$$

$$V_2(x) = A_y - px$$

$$a < x < 2a$$

$$V_3(x) = A_y - px + F_1$$

$$2a < x < 3a$$

$$V_4(x) = A_y - px + F_1 + B_y$$

$$3a < x < 4a$$

Hajlító igénybevétel:

$$M_{h,1}(x) = -A_y x + \frac{1}{2} px^2$$

$$0 < x < a$$

$$M_{h,2}(x) = -A_y x + \frac{1}{2} px^2 + M$$

$$a < x < 2a$$

$$M_{h,3}(x) = -A_y x + \frac{1}{2} px^2 + M - F_1(x - 2a)$$

$$2a < x < 3a$$

$$M_{h,4}(x) = -A_y x + \frac{1}{2} px^2 + M - F_1(x - 2a) - B_y(x - 3a)$$

$$3a < x < 4a$$

Normál igénybevétel:

$$N_1(x) = -A_x = 10 \text{ [kN]}$$

$$0 < x < a$$

$$N_2(x) = -A_x = 10 \text{ [kN]}$$

$$a < x < 2a$$

$$N_3(x) = -A_x = 10 \text{ [kN]}$$

$$2a < x < 3a$$

$$N_4(x) = -A_x = 10 \text{ [kN]}$$

$$3a < x < 4a$$