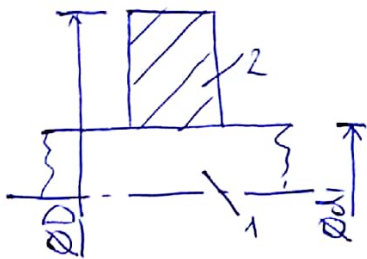


EBSZ GY2/1: Zsugorható merev/rugalmas tengely + rug. tárcsa



Adatok
 $d = 200 \text{ mm} \rightarrow a_2 = 100 \text{ mm}, b_1 = 100 \text{ mm}$
 $D = 1000 \text{ mm} \rightarrow b_2 = 500 \text{ mm}$
 $E = 200 \text{ GPa}$
 $\nu = 0,3$
 $\sigma_{meg} = 100 \text{ MPa}$

Feladatok

- Maximális megerősítés költségcsökkentés $p_0 = ?$ merev tengely modell esetén?
- $u_2(r) = ?$ (elmozdulásméret) $\delta_{max} = ?$ (tülledés)
- Hogyan változik a tülledés rugalmas tengely modell esetén? ($E_1 = E, \nu_1 = \nu$)

Vonatkozó összefüggések:

$$\sigma_{e, \max}^{MOHR} = \sigma_{\theta}(a) - \sigma_r(a), \quad P_B > P_K \text{ esetén (itt } p_0 > 0)$$

Zsugorható \rightarrow nyitott vástegfűlű cső

$$\begin{cases} \sigma_{2r}(r) = A_2 - \frac{B_2}{r^2} \\ \sigma_{2\theta}(r) = A_2 + \frac{B_2}{r^2} \\ \sigma_{2z} = 0 \end{cases}$$

ferőttség-eloszlások

$$\begin{cases} A_2 = p_0 \cdot \frac{a_2^2}{b_2^2 - a_2^2} \\ B_2 = p_0 \cdot \frac{a_2^2 b_2^2}{b_2^2 - a_2^2} \end{cases}$$

itt $P_B = p_0$: költségcsökkentés
 $P_K = 0$

$$u_2(r) = \hat{a}_2 r + \frac{\hat{b}_2}{r}$$

$$\hat{a}_2 = \frac{1-\nu}{E_2} \cdot A_2 \quad \hat{b}_2 = \frac{1+\nu}{E_2} \cdot B_2$$

elmozdulásméret (nyitott cső)

merev tengely: $u_1(r) \equiv 0, \sigma_{1r} = \sigma_{1\theta} = 0$
 tülledés: $\delta = u_2(a_2)$

tárcsa peremfeltétel:

$$\sigma_{2r}(a_2) = -p_0$$

$$\sigma_{2r}(b_2) = 0$$

rugalmas tengely: $u_1(r) = \hat{a}_1 r + \frac{\hat{b}_1}{r}$

de mivel nincs a tengelyen r
 furat $\rightarrow a_1 = 0 \rightarrow u_1(0) = 0 \rightarrow \hat{b}_1 = 0, B_1 = 0$.

$$\sigma_{1r} = \sigma_{1\theta} = A_1 = -p_0$$

$$\hat{a}_1 = \frac{1-\nu}{E_1} \cdot A_1 = -\frac{1-\nu}{E_1} \cdot p_0$$

Ebben az esetben a tülledés:

$$\delta = u_2(a_2) - u_1(b_1)$$

Megoldás:

a) peremfeltételek: $\sigma_{2r}(a_2) = -p_0 \rightarrow A_2 - \frac{B_2}{a_2^2} = -p_0 \quad (1)$

$\sigma_{2r}(b_2) = 0 \rightarrow A_2 - \frac{B_2}{b_2^2} = 0 \quad (2)$

$\sigma_{e, \max}^{MOHR} = \sigma_{2\theta}(a_2) - \sigma_{2r}(a_2) \rightarrow \frac{2B_2}{a_2^2} = \sigma_{meg} \quad (3)$
 $\left(A_2 + \frac{B_2}{a_2^2}\right) - \left(A_2 - \frac{B_2}{a_2^2}\right)$

$$(3): B_2 = \frac{\sigma_{max} \cdot a_2^2}{2} = \frac{100 \cdot 100^2}{2} = 500000 \text{ N}$$

$$(2): A_2 = \frac{B_2}{b_2^2} = \frac{5 \cdot 10^5}{500^2} = 2 \text{ MPa}$$

$$(1) p_0 = \frac{B_2}{a_2} - A_2 = 50 - 2 = 48 \text{ MPa}$$

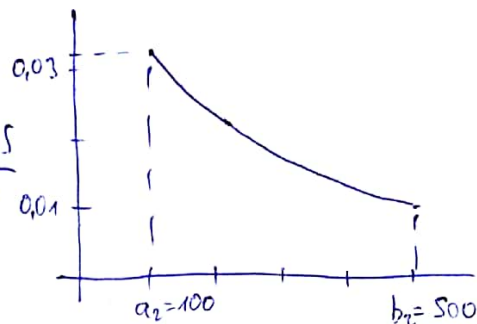
b) elmozdulásmerő paraméterei:

$$\hat{a}_2 = \frac{1-\nu}{E} A_2 = 7 \cdot 10^{-6}$$

$$\hat{b}_2 = \frac{1+\nu}{E} B_2 = 3,25$$

így:

$$u_2(r) = 7 \cdot 10^{-6} \cdot r + \frac{3,25}{r}$$



$$\text{tűlfedés: } \delta = u_2(a_2) = 7 \cdot 10^{-6} \cdot 100 + \frac{3,25}{100} = 0,0332 \text{ mm}$$

c) Ha a tengely rugalmas, és ugyanaz az anyag (E₁=E, ν₁=ν)

$$u_1(r) = \hat{a}_1 r$$

$$A_1 = -p_0$$

$$\hat{a}_1 = \frac{1-\nu}{E} A_1 = -\frac{1-\nu}{E} p_0 = -1,68 \cdot 10^{-4}$$

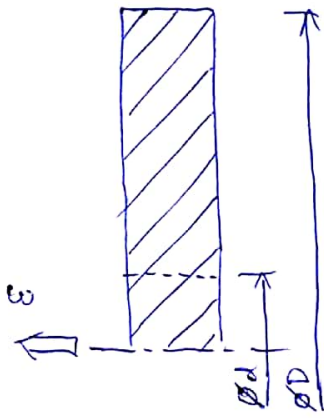
$$\text{így az új tűlfedés } \delta' = u_2(a_2) - u_1(b_1) = \hat{a}_2 \cdot a_2 + \frac{\hat{b}_2}{a_2} - \hat{a}_1 \cdot b_1 = 0,05 \text{ mm.}$$

$\frac{d_2}{2} = a_2 = b_1$ $\frac{0,0332}{100}$ $-0,0168$

az jelentős különbség

$$\frac{\delta' - \delta}{\delta} \approx \frac{0,05 - 0,0332}{0,0332} \approx 50\%$$

EBST GY2/2: Forgó, ^{tömör} tárcsa
ill. furatos



Adatok: $D = 400 \text{ mm} \rightarrow b = 200 \text{ mm}$
 $d = 40 \text{ mm} \rightarrow a = 20 \text{ mm}$
 $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3 \rightarrow 7800 \cdot 10^{-12} = 7,8 \cdot 10^{-9}$
 $n = 3000 \frac{\text{ford}}{\text{perc}} = \frac{3000 \cdot 1}{60 \cdot 60} \frac{1}{\text{s}}$
 $\nu = 0,3$
 $E = 200 \text{ GPa}$
 $G_p = 240 \text{ MPa}$

Megj: $1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1 \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\text{s}^2}{\text{m}^4} = 1 \text{ N} \cdot \frac{\text{s}^2}{\text{m}^4} = 10^{-12} \cdot \frac{\text{Ns}^2}{\text{mm}^4}$

Feladatok

- Ha tömör a tárcsa, $\sigma_r(r) = ?$ és $\sigma_\theta(r) = ?$
- Mekkora fordulatszámú és hol lépne fel képlékony folyás?
- d átmérőjű furatos tárcsa esetén: $\sigma_r(r) = ?$ és $\sigma_\theta(r) = ?$
- Mekkora fordulatszám engedhető meg, ha $\sigma_{\text{meg}} = 100 \text{ MPa}$?

Megoldás: pf. szám. tengelyen

a) tömör tárcsa $u(0) \Rightarrow 0 \rightarrow \hat{b} = 0$ és $B = 0$

$\sigma_r(b) = 0$: pernyelétrél körül

$\sigma_r(r) = A - \frac{B}{r^2} + C_1 \cdot r^2$	$u(r) = \hat{a}r + \frac{\hat{b}}{r} + \hat{c} \cdot r^3$	$\hat{a} = \frac{1-\nu}{E} A$
$\sigma_\theta(r) = A + \frac{B}{r^2} + C_2 \cdot r^2$	$C_1 = -\frac{3+\nu}{8} \rho \omega^2$	$\hat{b} = \frac{1+\nu}{E} B$
$\sigma_z = 0$	$C_2 = -\frac{1+3\nu}{8} \rho \omega^2$	$\hat{c} = -\frac{1-\nu^2}{8 \cdot E} \rho \omega^2$

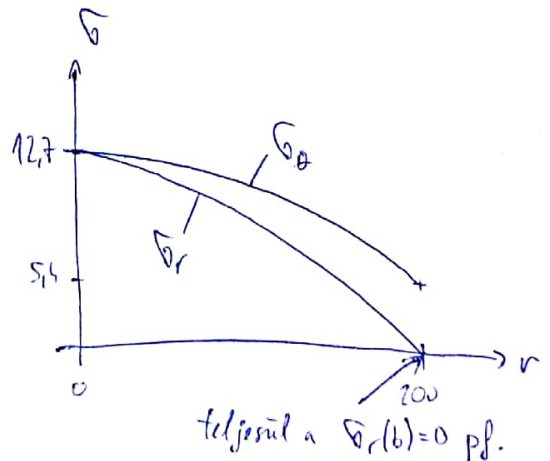
$\sigma_r(b) = 0 \rightarrow A + C_1 \cdot b^2 = 0$ innen $A = -C_1 \cdot b^2 = 12,7022 \text{ MPa}$
 $B = 0!$

$\omega = 2\pi \cdot n = 2\pi \cdot \frac{3000}{60} = 100\pi = 314,15 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$\hat{c} = 4,378 \cdot 10^{-10}$
 $C_1 = -3,1755 \cdot 10^{-4}$
 $C_2 = -1,828 \cdot 10^{-4}$

tehát: $\sigma_r(r) = A + C_1 \cdot r^2 = 12,7 - 3,175 \cdot 10^{-4} r^2$

$\sigma_\theta(r) = A + C_2 \cdot r^2 = 12,7 - 1,828 \cdot 10^{-4} r^2$



b) $\sigma_{e,max}$ itt most $r=0$ helyen lesz

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \sigma_r(0) = 12,7 \text{ MPa} \\ \sigma_\theta(0) = 12,7 \text{ MPa} \\ \sigma_z = 0 \text{ MPa} \end{array} \quad \sigma_e^{MOHR} = \sigma_1 - \sigma_3 = 12,7 - 0 = 12,7 \text{ MPa}$$

$$\sigma_e^{MOHR} = \sigma_r(0) = A = -C_1 \cdot b^2 = -\frac{3+\nu}{8} \cdot \rho \omega^2 b^2$$

ω -tól négyzetesen függ!

Mivel ω -tól négyzetesen függ, felírható, hogy

$$\frac{\sigma_{e,max}^M}{\omega^2} = \frac{\sigma_F}{\omega_F^2} \quad \leftarrow \text{folyóshatár}$$

ω_F : az a sebesség, ahol $\sigma_{e,max}^M$ eléri σ_F -et.

$$\omega_F = \omega \cdot \sqrt{\frac{\sigma_F}{\sigma_r(0)}} \rightarrow \text{mivel } \omega = 2\pi n, \text{ ugyanúgy a fordulatszáma is érvelges}$$

$$n_F = n \cdot \sqrt{\frac{\sigma_F}{\sigma_r(0)}} = 217,34 \frac{\text{ford}}{\text{s}} = 13040 \frac{\text{ford}}{\text{perc}}$$

c) Forgó (furatos) tárcsa

az első peremfeldőlet feltétel: $\sigma_r(a) = 0$

és más $b \neq 0, B \neq 0$.

$$\sigma_r(a) = 0 \rightarrow A - \frac{B}{a^2} + C_1 \cdot a^2 = 0$$

$$\sigma_r(b) = 0 \rightarrow A - \frac{B}{b^2} + C_1 \cdot b^2 = 0$$

$$\ominus : -\frac{B}{a^2} + \frac{B}{b^2} + C_1 \cdot a^2 - C_1 \cdot b^2 = 0$$

$$B \cdot \frac{a^2 - b^2}{a^2 b^2} + C_1 \cdot a^2 - C_1 \cdot b^2 = 0$$

$$B = \frac{a^2 b^2}{a^2 - b^2} \cdot (C_1 b^2 - C_1 a^2) = 5080,87 \text{ N}$$

$$A = \frac{B}{a^2} - C_1 \cdot a^2 = 12,829 \text{ MPa}$$

tehát ebben az esetben

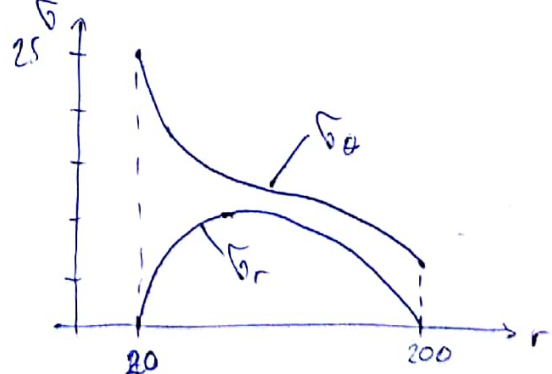
$$\sigma_r(r) = A - \frac{B}{r^2} + C_1 \cdot r^2 = 12,8 - \frac{5080}{r^2} + (-3,175) \cdot 10^{-4} \cdot r^2$$

$$\sigma_\theta(r) = A + \frac{B}{r^2} + C_2 \cdot r^2 = 12,8 + \frac{5080}{r^2} + (-1,828) \cdot 10^{-4} \cdot r^2$$

Lehető, hogy itt is teljesül a két perem-feldőlet

$$\sigma_r(20) = 0$$

$$\sigma_r(200) = 0$$



$$d) \sigma_{e, \max}^{\text{MOHR}} = \sigma_{\theta}(a) - \sigma_z = \overset{\text{vagy}}{\sigma_{\theta}(a) - \sigma_r(a)} = 25,458 \text{ MPa}$$

$$\text{most } \begin{array}{l} \sigma_{\theta}(a) = 25,458 \text{ MPa} \quad \sigma_1 \\ \sigma_r(a) = 0 \quad \sigma_2 \\ \sigma_z = 0 \quad \sigma_3 \end{array}$$

használjuk ismét az előző összefüggést

$$n_{\text{meg}} = n \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{\text{meg}}}{\sigma_{\theta}(a)}} = \frac{99,09}{153,519} \frac{1}{s} = \frac{534s}{9211} \frac{\text{ford}}{\text{perc}}$$

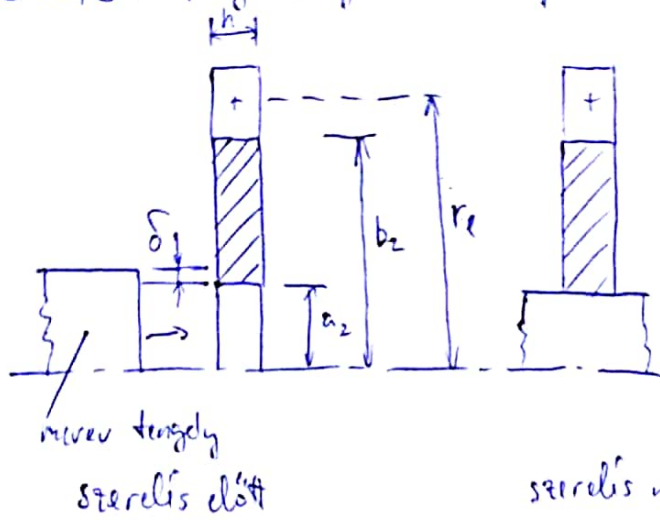
\uparrow max fordulatszám, ahol $\sigma_{e, \max}^{\text{MOHR}} = \sigma_{\text{meg}} = 100 \text{ MPa}$

Megjegyzés:

$$n_F = n \cdot \sqrt{\frac{\sigma_F}{\sigma_{\theta}(a)}} = n \cdot \sqrt{\frac{240}{25,46}} = 153,519 \frac{1}{s} = 9211 \frac{\text{ford}}{\text{perc}}$$

\uparrow max fordulatszám, ahol $\sigma_{e, \max}^{\text{MOHR}} = \sigma_F = 240 \text{ MPa}$

GY2/3: Forgó rugóerősítés + lapátvezetés



Adatok

- $a = 15 \text{ mm}$
- $b = 120 \text{ mm}$
- $h = 20 \text{ mm}$
- $r_e = 135 \text{ mm}$
- $m_e = 1,5 \text{ kg}$

$G = 7860 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 7,86 \cdot 10^{-9}$
 $E = 200 \text{ GPa} = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$
 $\nu = 0,3$

Feladatok

- a) $\delta = ?$, ha a lelazulás $\omega = 1000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ esetén történik?
- b) $\sigma_r(a), \sigma_\theta(a), \sigma_r(b), \sigma_\theta(b) = ?$ feszültségek a tárcsa peremén a lelazulás pillanatában?
- c) A forgatás vagy a szereelés veszélyesebb a képlékeny folyás szempontjából?

Megoldás a)

szerelet állapotban $\omega = 0$ esetén $u_2(a_2) = \delta$
 $\sigma_{r2}(a_2) = p_0 = \text{középsúlyozás}$
 másike peremfeltétel: lapátvezetés
 $\omega = 0$ esetben $p_c = 0$

\rightarrow lelazuláskor $\omega = \omega_{kritikus}$
 $u_2(a_2) = \delta$
 $\sigma_{r2}(a_2) = 0$
 $\sigma_{r2}(b_2) = p_c$

$p_c = \frac{m_e \cdot r_e \cdot \omega^2}{2 b_2 \cdot \pi \cdot h} = 13,44 \text{ MPa}$

$\sigma_{r2}(a_2) = 0 \rightarrow A_2 - \frac{B_2}{a_2^2} + C_1 \cdot a_2^2 = 0 \quad (1)$

$\sigma_{r2}(b_2) = +p_c \rightarrow A_2 - \frac{B_2}{b_2^2} + C_1 \cdot b_2^2 = +p_c \quad (2)$

$u_2(a_2) = \delta \rightarrow \hat{a}_2 \cdot a_2 \cdot \frac{\hat{b}_2}{a_2} + \hat{C} \cdot a_2^3 = \delta \quad (3)$

(1) és (2)-ből: $A_2 = 61,07 \text{ MPa} \rightarrow \hat{a}_2 = \frac{1-\nu}{E} A_2$ (3)-ből $\delta = 9,1 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$

$B_2 = 135,76 \text{ N} \rightarrow \hat{b}_2 = \frac{1+\nu}{E} B_2$

(C_1 adatokból számoltató)

$b) \sigma_{r2}(a_2) = 0 \quad \sigma_{r2}(b_2) = 13,44 \text{ MPa}$
 $\sigma_{\theta 2}(a_2) = 121 \text{ MPa} \quad \sigma_{\theta 2}(b_2) = 35,1 \text{ MPa}$

$c) \text{ szerelet állapot: } \omega = 0 \rightarrow \sigma_{e, \text{max}}^{\text{MOR}} = \frac{2B}{a^2} = 185,1 \text{ MPa}$
 $\omega = 1000 \rightarrow \sigma_{e, \text{max}}^{\text{MOR}} = 121 - 0 = 121 \text{ MPa}$

$\left. \begin{array}{l} \text{szerelet állapot veszélyesebb} \\ \sigma_{e, \omega=0}^{\text{MOR}} > \sigma_{e, \omega \neq 0}^{\text{MOR}} \end{array} \right\}$